



PROJETO DE GRADUAÇÃO

Avaliação da vibração do corpo inteiro de condutor de veículos

Por,
Filipe Tavares Oliveira

Brasília, 04 de Dezembro de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**Avaliação da vibração do corpo inteiro de
condutor de veículos**

POR,

Filipe Tavares Oliveira

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz, UnB/
ENM (Orientador)

Prof. Carla Tatiana Mota Anflor, UnB/ FGA (Co-
orientador)

Prof. Éder Lima de Albuquerque, UnB/ ENM

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, UnB/ ENM

Brasília, 04 de Dezembro de 2014

RESUMO

A vibração mecânica é um fenômeno bastante presente nas atividades diárias do ser humano. Com a evolução da engenharia, máquinas cada vez mais potentes vêm sendo fabricadas e seu funcionamento acaba por gerar vibrações em intensidades nem sempre seguras ao ser humano, situação que pode ser controlada por meio de sistemas dinâmicos. Assim, esta pesquisa tem como objetivo implementar as equações físicas que permitam construir um modelo numérico funcional do assento de motoristas de veículos pesados. Aleatoriedades ou variações na regulagem da suspensão do assento são então introduzidas no modelo para avaliar a variação dos riscos à saúde do motorista. Tais aleatoriedades serão introduzidas pelo método da álgebra de intervalos. Este método é uma maneira rápida, em relação aos métodos estocásticos, de lidar com modelos de parâmetros incertos ou que variam aleatoriamente.

ABSTRACT

The mechanical vibration is a phenomenon quite present in human's daily activities. The evolution of the engineering has created increasingly powerful machines, which functioning ends up generating vibrations at intensities not always safe for humans, situation that can be controlled by means of dynamic systems. Thus, this research aims to implement the physic equations which permit building a functional numerical model of the heavy vehicles drivers' seat. Randomness or variations in seat's suspension adjustments are then introduced into the model to evaluate the variation of the health risks of the driver. Such randomness will be introduced by the method of interval algebra. This method is fast, compared to stochastic methods, to deal with uncertain model parameters that vary randomly.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	VIBRAÇÃO DE CORPO INTEIRO.....	11
2.1	Vibração de Corpo Inteiro	11
2.2	Normas	13
3	Transmissibilidade de vibrações e o modelo dinâmico	22
3.1	Transmissibilidade	22
3.2	Implementação do modelo.....	25
4	Álgebra de intervalos	29
4.1	Intervalos	29
4.2	Funções de intervalo.....	31
4.3	Extensão intervalar	34
5	Construção no Simulink e validação do modelo computacional	36
5.1	Básico sobre o Simulink.....	36
5.1.1	Parâmetros da simulação numérica	38
5.2	Implementação das equações no Simulink e testes realizados	39
5.3	Procedimentos para simulação do assento	46
6	Resultados obtidos.....	48
6.1	Avaliação da interação entre os parâmetros.....	48
7	CONCLUSÕES.....	57
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	59
	ANEXOS.....	61

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Posições do corpo humano consideradas pelas normas sobre VCI e seus eixos de coordenadas principais.	13
Figura 2 - Esquema de localização dos aparelhos de medição.	16
Figura 3 - Limites de intensidade de aceleração por tempo de exposição.	16
Figura 4 - Curvas de fator de ponderação versus frequência para os eixos horizontais (W_d) e vertical (W_k) e para Vibração de Corpo Inteiro para indivíduo de pé, sentado ou reclinado. .	18
Figura 5 - Sistema massa-mola-amortecedor com 1 grau de liberdade	22
Figura 6 - Curva amplitude de oscilação vs. frequência de um sistema com 1 grau de liberdade.	24
Figura 7 - Modelos de assento para motoristas.	26
Figura 8 - Esquema simplificado do assento.	27
Figura 9 - Modelagem com elementos equivalentes do sistema piso-assento-motorista.	27
Figura 10 - Diagramas de Corpo Livre do corpo do motorista (a) e do assento (b).	27
Figura 11 - Exemplos de aplicação da álgebra de intervalos.	29
Figura 12 - Representação gráfica do domínio dos intervalos reais \mathbb{IR}	30
Figura 13 - Função de Resposta em Frequência para um sistema massa-mola-amortecedor com 1 Grau de Liberdade	33
Figura 14- Janela de opções de um bloco do Simulink.	37
Figura 15 - Conexão dos blocos do Simulink.	37
Figura 16 - Exemplo de aplicação do Simulink.	37
Figura 17 - Janela de ajuste da simulação.	38
Figura 18 – Sistema completo elaborado no Simulink.	39
Figura 19 – Geração e processamento do sinal de vibração de entrada.	40
Figura 20 – Sistema dinâmico piso-assento-motorista de 2 graus de liberdade.	40
Figura 21 – Bloco de medição da VCI.	41
Figura 22 – Diagrama dos elementos dinâmicos do teste 1.	42
Figura 23 – Teste 1: Gráfico FRF - Massa 1	42
Figura 24 – Teste 1: Gráfico FRF – Massa 2	43
Figura 25 – Teste 1: Ressonância da massa 1 em 2,3 Hz	43
Figura 26 – Teste 1: Ressonância da massa 2 em 8,99 Hz	44
Figura 27 – Diagrama dos elementos dinâmicos do teste 2.	44
Figura 28 – Teste 2: Amplitude resultante	45
Figura 29 – Teste 2: Gráfico FRF	45
Figura 30 – Teste do bloco de medição da VCI.	46
Figura 31 – Curva de FRF para motorista com 70 kg	49
Figura 32 – Detalhe do intervalo no pico de ressonância – motorista com 70 kg	50
Figura 33 – Curva de FRF para motorista com 90 kg	50
Figura 34 – Detalhe do intervalo no pico de ressonância – motorista com 90 kg	51
Figura 35 – Curva de arrms vs. Frequência para motorista com 80 kg	51
Figura 36 – Curva de VDVR vs. Frequência para motorista com 80 kg	52
Figura 37 – Otimização: arrms vs. Frequência – Motorista com 70 kg	53
Figura 38 – Otimização: VDVR vs. Frequência – Motorista com 70 kg	54
Figura 39 – Otimização: arrms vs. Frequência – Motorista com 80 kg	54
Figura 40 – Otimização: VDVR vs. Frequência – Motorista com 80 kg	55
Figura 41 – Otimização: arrms vs. Frequência – Motorista com 90 kg	55
Figura 42 – Otimização: VDVR vs. Frequência – Motorista com 90 kg	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequências naturais do corpo e de seus órgãos.	12
Tabela 2 - Faixas de intensidade de vibração e julgamentos.	21
Tabela 3 – Exemplos de blocos do Simulink e suas funções.	36
Tabela 4 – Valores físicos comumente encontrados para o sistema assento-motorista	46
Tabela 5 – Parâmetros físicos selecionados para a simulação	47
Tabela 6 – Variáveis determinísticas selecionadas para as simulações	48
Tabela 7 – Variáveis intervalares selecionadas para as simulações	48
Tabela 8 – Análise dos valores de arrms e VDVR para motoristas com diferentes massas e intervalos com 5 % e 10 % de variação para mais ou para menos.	49
Tabela 9 – Frequências de ressonância para as diferentes condições do sistema simulado	49
Tabela 10 – Valores selecionados para otimizar a dissipação de vibração no sistema assento-motorista	53

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

$T; t$	Tempo	[s]
VDV	Valor Dose de Vibração	$[m/s^{1,75}]$
$VDVR$	Valor Dose de Vibração Resultante	$[m/s^{1,75}]$
a	Aceleração	$[m/s^2]$
ar	Aceleração resultante ou quadrática média	$[m/s^2]$
$aren$	Aceleração resultante normalizada	$[m/s^2]$
\ddot{x}	Aceleração instantânea	$[m/s^2]$
\dot{x}	Velocidade instantânea	$[m/s]$
x	Posição instantânea	$[m]$
X	Amplitude das vibrações	$[m]$
F	Força	$[N]$
$M; m$	Massa	$[kg]$
$C; c$	Coefficiente de amortecimento	$[N.s/m]$
$K; k$	Coefficiente de rigidez	$[N/m]$

Símbolos Gregos

ω	Frequência	$[Rad/s]$
ω_n	Frequência natural	$[Rad/s]$
ζ	Fator de amortecimento	

Grupos Adimensionais

W	Ponderação
f	Fator multiplicativo (norma ISO 2631)
$SEAT\%$	Transmissibilidade da vibração entre piso e assento do motorista
H	Transmissibilidade de vibração
\mathbb{IR}	Conjunto dos Intervalos Reais

Subscritos

rms	Raiz quadrática média ou valor eficaz
eqw	Equivalente e ponderado
k	Relativo ao eixo Z
d	Relativo aos eixos X e Y
j	Termo genérico representando qualquer um dos três eixos direcionais
exp	Valor relativo à exposição do operador
c	Crítico
—	Limite inferior do intervalo

Sobrescritos

- Derivada temporal
- Limite superior do intervalo

Siglas

Fundacentro	Fundação Jorge Duprat Figueiredo de Segurança e Medicina do Trabalho
VCI (WBV)	Vibração de Corpo Inteiro (Whole Body Vibration)
ISO	International Organization of Standardization
NHO	Norma de Higiene Ocupacional
VDV	Valor Dose de Vibração
VDVR	Valor Dose de Vibração Resultante
FRF	Função de Resposta em Frequência

1 INTRODUÇÃO

A crescente evolução de diversas máquinas trouxe grande inserção e comodidade ao nosso cotidiano. Entretanto, mesmo com diversas normas e órgãos que regulam seu correto funcionamento, muitas dessas máquinas podem produzir efeitos mecânicos prejudiciais ao corpo humano. Um destes efeitos mecânicos é a vibração excessiva. Ao longo dos anos, uma exposição diária a intensidades grandes ou moderadas pode trazer problemas de saúde irreversíveis.

Nesse sentido, de acordo com Soeiro (2011), alguns equipamentos submetem o trabalhador a níveis nem sempre seguros de vibração. Por exemplo, as máquinas britadeiras, martelos, motosserras, máquinas de terraplanagem e veículos que empregam o uso de motores potentes e o movimento oscilatório de componentes. Além desses, segundo Paschold e Mayton (2011), um exemplo comum e pouco perceptível é a condução de veículos pesados, como caminhões, ônibus e tratores agrícolas em geral.

Nesses veículos, o motorista dedica horas diárias de trabalho em condições que podem ser desfavoráveis. Conforme pesquisas têm revelado (Bovenzi et al. – 2006; Paddan e Griffin – 2002; Pinto e Stacchini - 2006), nestes casos pode haver níveis moderados de insalubridade se não forem tomadas as precauções necessárias. Por exemplo, a regulação correta da suspensão do assento do motorista ou a fabricação do próprio assento usando materiais adequados, que isolem em bom nível as vibrações. Por causa disso, tem sido cada vez mais comum que motoristas de ônibus comecem a sentir dores e desconfortos corporais constantes e submetam ações contra seus empregadores, alegando serem vítimas do fenômeno conhecido como Vibração do Corpo Inteiro – VCI.

Esse fenômeno está intimamente ligado ao cotidiano do mundo industrial e à área da dinâmica, muito estudada pela engenharia mecânica. Os efeitos da vibração no corpo humano vêm sendo observados desde o início do século XX ou até mesmo antes. Porém, apenas recentemente surgiu o conceito de Vibração de Corpo Inteiro. Embora muitos estudos e normas internacionais já tenham sido publicados sobre o tema, não há uma conclusão definitiva sobre os níveis seguros de vibração no corpo humano.

Segundo Soeiro (2011), a transmissão de vibração para o ser humano resulta em desconforto e perda de eficiência em atividades que um indivíduo esteja realizando. A vibração, a partir de certas doses, pode constituir um risco em potencial para os trabalhadores. Esta condição pode desencadear perturbações neurológicas ou musculares, vasculares e lesões ósteo-articulares, no caso das vibrações transmitidas ao sistema mão-braço. Além disso, de acordo com Balbinot (2001), Paschold e Mayton (2011), há riscos também de dores lombares, hérnias de disco, dores na coluna, pescoço, ombros e cabeça e efeitos negativos sobre alguns órgãos, para o caso das vibrações transmitidas a todo o organismo.

De fato, conforme discutido, motoristas de veículos pesados podem estar sendo submetidos à Vibração do Corpo Inteiro em níveis prejudiciais e sofrerem os efeitos apenas anos mais tarde, visto que pode ser difícil perceber o ponto onde o trabalho se torna insalubre. Portanto, tendo em vista a complexidade e importância do assunto, realizou-se um estudo a respeito do tema descrito, abordando o assunto de uma maneira mais voltada à área da engenharia mecânica.

Considerando os riscos ao corpo humano, este trabalho produziu um modelo computacional do assento de motoristas de ônibus que avalia, por meio de análise intervalar, a forma como assentos mal regulados acabam prejudicando a saúde e o bem estar físico de operadores de veículos pesados, ao longo de sua jornada de trabalho. A análise intervalar, governada pela teoria da álgebra intervalar, nada mais é do que uma forma de estudar e representar variáveis aleatórias.

Embora o estudo concentre-se em operadores de ônibus, pela maior disponibilidade de dados, tal estudo pode ser estendido para os demais operadores de veículos pesados. Durante esse processo, há também a necessidade de se validar o modelo computacional e avaliar a teoria envolvida no processo de transmissibilidade de vibrações.

Para alcançar tais objetivos, a realização deste trabalho envolverá um processo inicial de pesquisa e revisão bibliográfica, seguido da modelagem e validação de um modelo computacional. Parâmetros físicos extraídos da literatura vão assegurar que o modelo computacional simule as condições mais realistas possíveis, salvas as simplificações adotadas. A seguir, comprovada a efetividade do modelo, realizam-se testes para ver a reação do modelo às vibrações. Comparam-se os resultados obtidos com esta etapa com os limites de insalubridade disponíveis nas normas nacionais e internacionais e observa-se como a regulação do assento afeta a severidade das Vibrações de Corpo Inteiro.

Este relatório de Projeto de Graduação está dividido em 7 capítulos. O segundo capítulo aborda o tema de Vibração de Corpo Inteiro apresentando definições, parâmetros importantes, normas e demais tópicos sobre o assunto. O terceiro capítulo fala sobre transmissibilidade de vibrações. Apresenta, com isso, a elaboração das equações físicas do modelo a ser estudado. O quarto capítulo modela as variáveis aleatórias por meio da álgebra de intervalos. E define-se uma ferramenta importante para o prosseguimento deste projeto, modificando também as equações físicas inicialmente obtidas, de modo a abordar variações aleatórias no modelo em desenvolvimento. O quinto capítulo define os parâmetros e variáveis que serão usados na simulação numérica, relatando também a implementação do modelo no software usado e aplicando a validação do modelo proposto por meio de testes. O sexto capítulo apresenta os resultados gráficos e numéricos obtidos e conduz discussões acerca da resposta obtida, comparando com os aspectos físicos conhecidos e limites definidos por norma. Por fim, o capítulo sete conclui e analisa o trabalho como um todo, apresentando demais observações sobre os resultados obtidos.

2 VIBRAÇÃO DE CORPO INTEIRO

2.1 Vibração de Corpo Inteiro

O fenômeno conhecido como Vibração de Corpo Inteiro está ligado à industrialização do mundo moderno, que veio introduzindo diferentes tipos de equipamentos e máquinas no cotidiano das pessoas. Embora tenha facilitado muito as tarefas produzidas pelo ser humano, a difusão das máquinas pelo mundo trouxe alguns problemas que merecem a devida atenção, de modo a garantir condições adequadas de trabalho.

Smith e Leggat (2005) definem a Vibração de Corpo Inteiro (VCI) como a vibração que é transferida do ambiente externo para o corpo de uma pessoa em uma faixa de frequências que afetam não apenas áreas específicas, como mãos e braços, mas o corpo como um todo, principalmente as áreas da coluna vertebral, da cabeça e dos órgãos abdominais. A pessoa exposta à VCI encontra-se, geralmente, realizando trabalhos nas posições em pé, sentada ou deitada. As vibrações afetam o corpo humano a partir de uma região do mesmo que esteja em contato com uma fonte de vibração, que é, na maioria dos casos, o piso ou o assento de uma máquina. A VCI caracteriza-se, em grande parte, como um problema comum de insalubridade ocupacional, para trabalhadores em ambientes de vibrações de alta intensidade, particularmente se a exposição a essa condição se dá durante muitas horas diárias.

Sabe-se que o funcionamento de diferentes tipos de equipamentos mecânicos envolve, em quase todos os casos, movimentos rotacionais ou translacionais repetitivos, gerando movimentos vibracionais de características diversas. Dentre tais equipamentos, os mais utilizados hoje em dia são provavelmente os automóveis, sejam os tipos leves, como carros de passeio e motocicletas, sejam os tipos pesados, como caminhões, ônibus, máquinas agrícolas e de construção civil.

Apesar dos automóveis e motoristas estarem sujeitos às vibrações originadas nos motores, a real causa das vibrações excessivas é a condição das vias onde os veículos circulam e a velocidade com que trafegam. Um veículo rodando em ruas de cidades, rodovias e estradas está sujeito a vibrações em frequências baixas e médias, faixas que, segundo a Norma ISO 2631-1:1997, afetam muito mais o corpo humano do que as altas frequências emitidas pelo motor, conforme será discutido mais a diante neste trabalho.

Diversos estudos (Smith e Leggat – 2005; Bovenzi et al. – 2006; Paddan e Griffin – 2002; Pinto e Stacchini - 2006) sobre VCI e avaliações das condições de trabalho revelam haver relação entre o excesso de exposição a vibrações e o surgimento de dores lombares, na região do pescoço e dores de cabeça e relacionam alguns históricos de disfunções em alguns órgãos. Diversas normas e medidas de regulação têm sido criadas. Porém, ainda apresentam grande debate, a fim de determinar os melhores limites e medidas para reduzir/eliminar os efeitos da VCI.

Ao longo dos anos, observou-se que o grupo de operadores de veículos pesados está sujeito aos malefícios causados pela vibração excessiva. Horas seguidas de trabalho expostos a níveis elevados/inseguros de vibração são responsáveis por diversos dos riscos ocupacionais. Essa condição acaba por acumular efeitos e levam à fadiga determinadas áreas do corpo, gerando dores e incômodos que podem ser permanentes.

Sobre a resposta do corpo humano a tais vibrações, a norma ISO 2631-1:1997 aponta a faixa de 1 a 80 Hz como a de maior relevância para o fenômeno de VCI. Com maior detalhamento, Paschold (2008) define as faixas de frequência natural para algumas partes e órgãos do corpo (Tabela 1).

Tabela 1 - Frequências naturais do corpo e de seus órgãos.

Corpo: inteiro, parte ou órgão	Frequência natural (Hz)	Fonte do estudo
Corpo inteiro, de pé	12,3	Randall
Corpo inteiro, sentado	4 a 6	Brauer
Corpo inteiro, deitado	3 a 4	Brauer
Tronco humano, vertical	4 a 8	Wassermann
Vértebras lombares	4	Kroemer e Grandjean
Cabeça	20 a 30	Brauer
	5 a 30	Kroemer e Grandjean
	20 a 30	Instituto SafetyLine
Olhos	20	Mansfield
	20 a 70	Kroemer e Grandjean
	20 a 90	Instituto SafetyLine
Região dos ombros	5	Kroemer e Grandjean
Estômago	3 a 6	Kroemer e Grandjean
	4 a 5	Instituto SafetyLine
Coração	4 a 6	Kroemer e Grandjean
Bexiga	10 a 18	Kroemer e Grandjean

Fonte: modificado de (Paschold, 2008.)

Esses resultados apresentam pequena variação de acordo com a massa total e a sua distribuição pelo corpo do operador, a sua idade e os aspectos genéticos de cada indivíduo. Apesar das variações, as frequências naturais encontram-se sempre dentro da mesma faixa e a definição de seus valores é de grande importância, pois vibrações que excitam nessas frequências causam o fenômeno da ressonância. Nestas condições, a intensidade das vibrações é potencializada, gerando maior mal ao organismo. Tais efeitos, entretanto, podem ser controlados por meio do amortecimento adequado, conforme será discutido posteriormente neste trabalho.

2.2 Normas

As principais normas a tratar especificamente do tema VCI em veículos e equipamentos mecânicos são a ISO 2631-1:1997, ISO 2631-5:2004 e as Normas de Higiene Ocupacional produzidas pela Fundacentro (2012): NHO 09 e NHO 10. Segundo tais normas, as vibrações no corpo humano podem ser classificadas em três tipos: vibrações transmitidas simultaneamente à superfície total do corpo e/ou a partes substanciais dele, vibrações transmitidas ao corpo como um todo através de superfícies de sustentação e vibrações aplicadas a partes específicas do corpo. Mais especificamente, a NHO 10 trata do último caso, considerando a vibração em braços e pernas. Enquanto as demais tratam do tema Vibração de Corpo Inteiro, em sua maioria. Além dessas, as normas ISO 5349-1:2001 e ISO 8041:2005 apresentam parâmetros e definições que dão apoio às normas anteriormente citadas.

Em relação à VCI, as normas apresentam as diretrizes para se coletar dados e tratá-los, além de fornecer dados empíricos que avaliam as diferentes intensidades e limites de exposição à vibração de acordo com o tempo de exposição. Como principais definições e considerações para se chegar à análise do fenômeno de Vibração de Corpo Inteiro, são definidas três posições para o corpo humano: em pé, onde a transmissão das vibrações ocorre pelos pés; sentado, posição na qual as partes em contato com o assento recebem a vibração; deitado, onde toda a parte posterior do corpo são responsáveis pela transmissão.

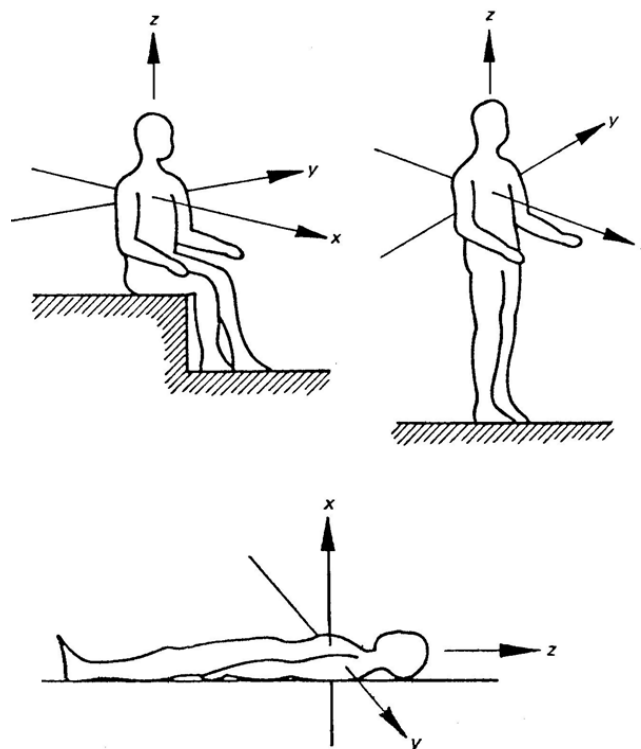


Figura 1 - Posições do corpo humano consideradas pelas normas sobre VCI e seus eixos de coordenadas principais (ISO 2631-1:1997).

A norma ISO 2631-1:1997 define que a resposta do corpo humano às vibrações é influenciada por 4 fatores muito importantes:

- Intensidade das vibrações
- Frequência
- Direção
- Duração, ou tempo de exposição

Abordando cada fator separadamente, temos:

❖ Intensidade das vibrações

O corpo humano está constantemente exposto a vibrações. Por exemplo, quando estamos caminhando, não surgem efeitos prejudiciais ao organismo. Isto se deve ao fato de que a intensidade destas vibrações diárias são seguramente pequenas, de modo a não causar nenhum desconforto.

Durante a exposição a excitações de maior intensidade, o corpo humano pode sofrer lesões. É necessário quantificar que intensidade começa a causar perigos à saúde. As normas existentes definem que a aceleração do corpo causada pelas vibrações é o parâmetro que quantifica esse risco. Porém, o corpo humano sob vibração está submetido a acelerações em várias direções e em intensidades que variam instantaneamente de valores muito altos, ou picos de aceleração, a valores próximos a zero. Considerando isto, o valor de aceleração considerado para comparações é a aceleração eficaz, ou RMS, dada genericamente pela seguinte equação:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}} \quad (1.1)$$

Quando são considerados valores discretos, ou ainda pela equação:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^2 dt} \quad (1.2)$$

Para funções contínuas no tempo. A seguir, após serem definidas as direções e o eixo de coordenadas utilizado para o sistema do corpo humano, tais equações serão adaptadas para a forma como serão consideradas na medição da VCI.

Além da aceleração eficaz, a norma NHO 09 define o Valor Dose de Vibração (VDV), que adquire importância quando as condições de trabalho submetem o operador a choques ou solavancos, e oferece uma análise mais completa das condições de trabalho. A própria norma NHO 09 apresenta valores máximos para a variável VDV, e define este parâmetro genericamente através da seguinte equação:

$$VDV = \sqrt[4]{\int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^4 dt} \quad (1.3)$$

❖ Frequência

Ao longo dos anos, diversos testes foram realizados nas mais variadas condições de exposição a fim de se encontrar uma faixa de valores que pudesse corrigir os efeitos da VCI. No entanto, devido à complexidade do fenômeno e à grande variedade de casos encontrados, tal meta não foi possível. Por causa disso, as normas existentes sobre a Vibração de Corpo Inteiro concentram-se na faixa mais importante: conforme dito anteriormente, a faixa de frequências mais notável para o corpo humano situa-se entre 1 e 80 Hz. Logo, os valores empíricos apresentados nas normas são válidos apenas para esta faixa de vibração, sendo necessárias normas específicas para casos muito diferentes.

❖ Direção das vibrações

A análise das vibrações sobre um indivíduo requer que um eixo de coordenadas adequado seja arbitrado pelas normas. Por convenção, na Figura 1 adotou-se o coração como a origem do sistema e o eixo Z crescente na direção dos pés à cabeça, o eixo X, das costas ao peito e o eixo Y, da direita para a esquerda do corpo. As vibrações acabam por ser decompostas sempre nestes três eixos de coordenadas, facilitando a análise.

Por meio disso, a norma ISO 2631-1:1997 considera dois tipos de movimento: translação e rotação, em cada um dos três eixos do corpo humano. Em relação aos movimentos de rotação, a própria norma indica que o centro da rotação do corpo humano localiza-se distante do ponto de medições. Com isso, tais rotações podem ser convertidas em pequenos movimentos de translação e assim temos a simplificação das rotações por estas pequenas translações. Nos casos relacionados aos meios de transporte, a translação na direção Z (vertical) é dominante em relação às direções X e Y (horizontais) quando o veículo não trafegar por solos muito acidentados, gerando também outra simplificação interessante para estudos sobre o assunto.

Durante a realização de medições, é estabelecido que os acelerômetros e instrumentos de medida devem coletar dados no local mais próximo ao ponto de transmissão das vibrações ao corpo humano. Portanto, como uma prática de medição, o eixo das coordenadas é transferido aos pontos onde o operador apoia-se nas superfícies vibracionais, por exemplo, entre o operador e o banco, conforme observado na Figura 2. Assim, as medições obtidas estão sempre remetidas a essas regiões.

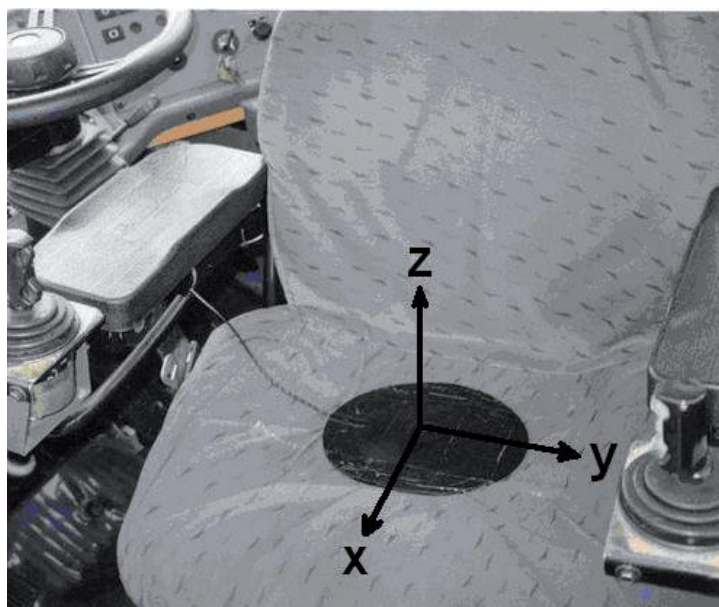


Figura 2 - Esquema de localização dos aparelhos de medição.

Fonte: Fundacentro, 2012. (NHO 09)

❖ Tempo de exposição

O fenômeno de Vibração de Corpo Inteiro pode acontecer de forma cumulativa no corpo humano, caso haja contato diário ou com certa frequência e durante um tempo longo por dia de exposição. Neste caso, os limites de segurança ficam reduzidos, uma vez que a constante exposição acaba por gerar efeitos de fadiga no indivíduo. A norma ISO 2631-1 oferece um gráfico (Fig. 3) com os limites de exposição diários de acordo com a jornada de trabalho, ou tempo de exposição.

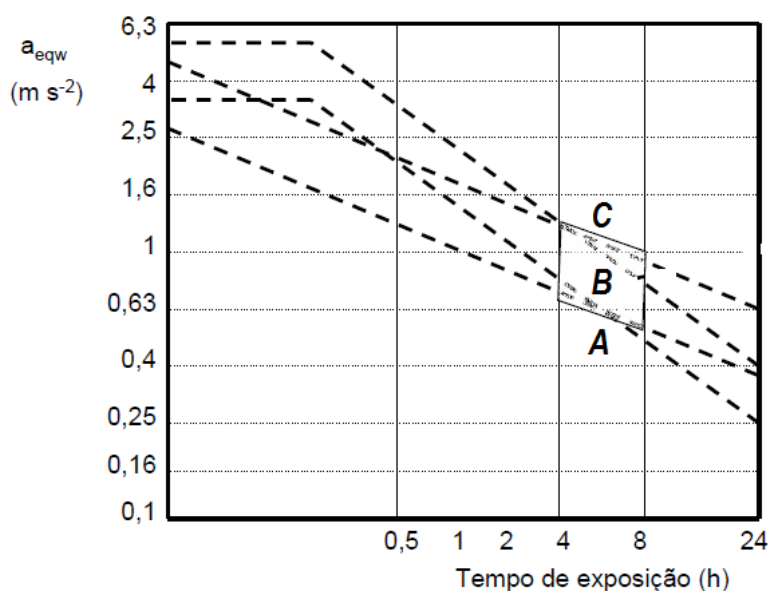


Figura 3 - Limites de intensidade de aceleração por tempo de exposição.

Fonte: Soeiro, 2011.

Segundo Soeiro (2011) e a Norma ISO 2631 (1997), a Figura 3 deve ser interpretada da seguinte forma:

- A região A (até 0,43 m/s², para um tempo de exposição de 8 horas) significa que os danos à saúde não têm sido claramente documentados ou observados objetivamente;
- A região B (0,43 a 0,78 m/s², para um tempo de exposição de 8 horas) significa que precauções são necessárias em relação aos potenciais riscos à saúde;
- A região C (acima de 0,78 m/s², para um tempo de exposição de 8 horas) significa que há riscos prováveis à saúde.

Uma vez definidos os quatro fatores que influenciam a resposta do corpo humano às vibrações, por meio do sistema de coordenadas, têm-se as acelerações a_x , a_y e a_z , dadas pela eq. (1.2). Porém, antes de apresentar esta solução, é necessário definir a aceleração ponderada por frequência. Este valor é inserido nos cálculos da aceleração eficaz porque a sensibilidade humana é diferente nas diversas faixas de frequência. Assim, os valores de aceleração instantânea, medidos ao longo do tempo, são ponderados, ou corrigidos, de acordo com a frequência de excitação.

As normas ISO 5349-1 e ISO 8041 apresentam gráficos e tabelas com os valores dos fatores de ponderação (W_k) para cada nível de vibração, conforme visto na Figura 4, e definem a aceleração ponderada em frequência ($a_{j,W}$) como:

$$a_{j,W} = \sqrt{\int_{T_1}^{T_2} [W_k \cdot a_j(t)]^2 dt} \quad (1.4)$$

onde a_j ($j = x, y$ e z) é a aceleração instantânea em cada componente direcional, $a_{j,W}$ é a aceleração ponderada em frequência em cada componente direcional e os valores de tempo T_1 e T_2 são os tempos inicial e final da medição, respectivamente. O Anexo I apresenta uma tabela com os dados pontuais do fator de ponderação, retirados da Norma ISO 8041:2005, para facilitar a consulta e confecção de gráficos. A Figura 4 apresenta esses dados em forma de gráfico.

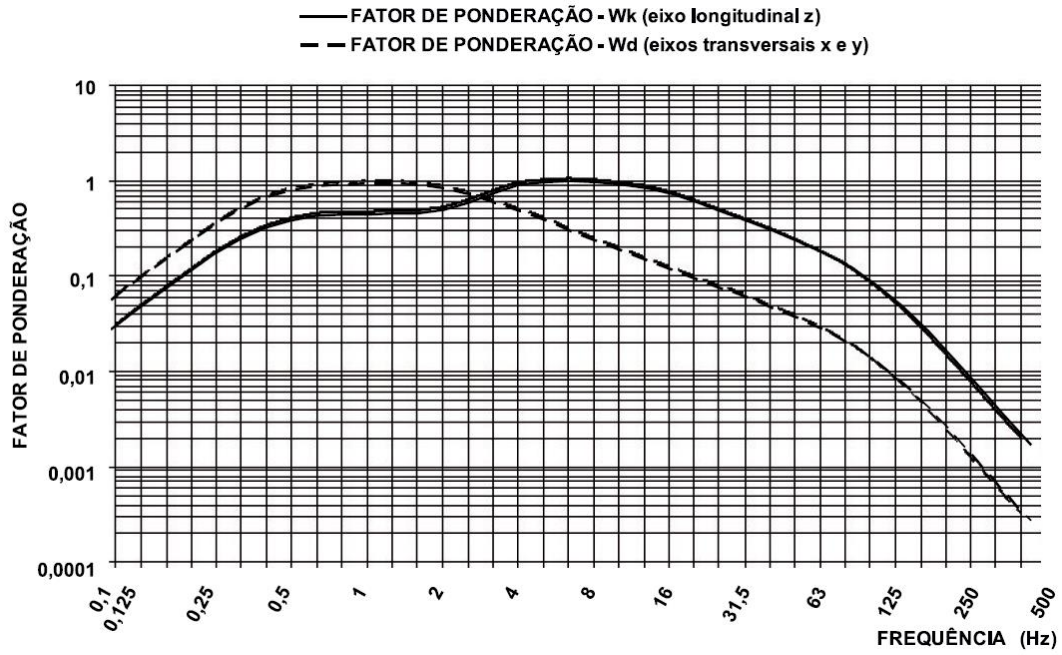


Figura 4 - Curvas de fator de ponderação versus frequência para os eixos horizontais (W_d) e vertical (W_k) e para Vibração de Corpo Inteiro para indivíduo de pé, sentado ou reclinado.

Fonte: ISO, 1997. ISO 2631-1:1997.

A partir dessas definições e da eq. (1.4), temos o valor de aceleração eficaz por eixo de coordenadas definido por:

$$a_{j,RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [W_k \cdot a_j(t)]^2 dt} \quad (1.5)$$

onde $a_{j,RMS}$ é a aceleração efetiva em cada componente direcional e os valores de tempo T_1 e T_2 são os tempos inicial e final da medição, respectivamente.

Dessa maneira, a norma ISO 2631-1 define que a aceleração efetiva resultante que atua sobre o corpo de um indivíduo submetido a vibrações é dada por uma composição dos valores efetivos das três componentes consideradas:

$$ar_{RMS} = \sqrt{C_z \cdot a_{z,RMS}^2 + C_x \cdot a_{x,RMS}^2 + C_y \cdot a_{y,RMS}^2} \quad (1.6)$$

onde os coeficientes $C_z=1,0$ e $C_x = C_y = 1,4$ são estipulados pela norma como fatores de multiplicação que dependem do eixo e do tipo de ensaio considerado. Para o caso da Vibração de Corpo Inteiro, os fatores nas direções horizontais recebem esses valores, mas no caso de um ensaio de vibração em mãos e braços, todos recebem o valor de $C_z = C_x = C_y = 1,0$.

De maneira análoga, considerando-se a aceleração ponderada em frequência, o Valor Dose de Vibração (VDV) é representado como:

$$VDV_j = \sqrt[4]{\int_{T_1}^{T_2} [W_k \cdot a_j(t)]^4 dt} \quad (1.7)$$

Por meio dos valores da Eq. (1.7), calculamos o Valor da Dose de vibração de Exposição Parcial:

$$VDV_{exp,ji} = f_j \cdot VDV_j \cdot \left(\frac{T_{exp}}{T_{amostra}} \right)^{1/4} \quad (1.8)$$

onde:

$VDV_{exp,ji}$: Valor da Dose de vibração de Exposição Parcial

j: representa cada um dos eixos x, y ou z

i: representa cada uma das medições discretas realizadas no tempo

T_{exp} : tempo total de exposição à vibração, ao longo de toda a jornada de trabalho

$T_{amostra}$: tempo total das amostras de VDV obtidas

f_j ($f_j = C_z, C_x$ ou C_y): Fator multiplicativo. Vale 1,4 para direções horizontais e 1 para a direção vertical

Os valores da equação (1.8) podem ser somados, de forma a gerar o Valor dose de Vibração de Exposição:

$$VDV_{exp,j} = \left[\sum_{j=1}^m (VDV_{exp,ji})^4 \right]^{1/4} \quad (1.9)$$

que, por sua vez, gera o Valor dose de Vibração Resultante, definido pela equação:

$$VDVR = \left[\sum_j (VDV_{exp,j})^4 \right]^{1/4} \quad (2.0)$$

Para uma medição contínua, conforme a que iremos realizar neste projeto, a eq. (2.0) é reescrita utilizando a forma contínua da eq. (1.7), resultando na eq. (2.1).

$$VDVR = \sqrt[4]{\frac{T_{exp}}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} [W_k \cdot a_j(t)]^4 dt} \quad (2.1)$$

Ao final, as duas equações de maior importância são a aceleração efetiva resultante (ar_{RMS}) e o Valor Dose de Vibração Resultante ($VDVR$). Estes parâmetros são usados como comparativos, de modo a checar se determinado ambiente de trabalho apresenta ou não insalubridade por vibração

excessiva. A norma ISO 2631-1 define três faixas de trabalho dependendo da intensidade de vibrações à qual o operador está exposto:

- Nível de conforto reduzido: representa os níveis de aceleração eficaz acima dos quais o conforto do operador e dos passageiros começa a ficar prejudicado. Está relacionado com a dificuldade de se realizar tarefas simples, como comer, escrever e ler.
- Nível de eficiência reduzida (fadiga): envolve os níveis de aceleração eficaz acima dos quais a eficiência do trabalhador começa a ficar reduzida devido à fadiga causada pelas vibrações. Em especial, prejudica os trabalhos realizados durante certo período de tempo.
- Limite de exposição: são os limites que asseguram a preservação da saúde ou da segurança do operador. Ultrapassar esses limites significa colocar o profissional em um grande risco de lesões.

A norma NHO 09, de forma semelhante, define dois níveis de intensidade de vibração com conceitos semelhantes ao nível de eficiência reduzida e o limite de exposição. São eles:

- Nível de ação: valor acima do qual devem ser adotadas ações preventivas, a fim de se minimizar a probabilidade de que as exposições à vibração causem danos à saúde do operador e evitar que o nível seguinte de exposição seja ultrapassado. A norma define que os limites máximos do nível de ação são Aceleração Resultante Normalizada (a_{ren}) igual a $0,5 \text{ m/s}^2$ e Valor Dose de Vibração Resultante igual a $9,1 \text{ m/s}^{1,75}$. A partir da Eq. (1.6), o valor de Aceleração Resultante Normalizada (a_{ren}) é obtido pela normalização do tempo de medição ($T_{amostra}$) com o tempo da jornada de trabalho (T_{exp}). Como as simulações realizadas neste trabalho tomarão medições contínuas no tempo, será considerado que a Aceleração Efetiva Resultante (ar_{RMS}) (Eq. 1.6) fornecerá valores já normalizados pelo tempo, representando diretamente a Aceleração Resultante Normalizada (a_{ren}). Visando manter a equivalência entre as variáveis, serão adotados os valores limites acima.
- Limite de exposição: é o parâmetro de exposição ocupacional que representa condições sob as quais se acredita que a maioria dos trabalhadores possa estar exposta repetidamente sem sofrer efeitos que levem a danos na saúde. Pela norma NHO 09, os limites máximos do nível de ação são Aceleração Resultante Normalizada (a_{ren}) igual a $1,1 \text{ m/s}^2$ e Valor Dose de Vibração Resultante igual a $21 \text{ m/s}^{1,75}$. Nesta faixa, há a necessidade de se adotar medidas preventivas.

Adotaremos estes limites para avaliar a intensidade das vibrações neste trabalho. De forma mais ampla, as faixas de valores de intensidades foram divididas pela norma conforme visto na Tabela 2.

Tabela 2 - Faixas de intensidade de vibração e julgamentos.

<i>aren</i> (m/s ²)	<i>VDVR</i> (m/s ^{1,75})	<i>Consideração</i> <i>técnica</i>	<i>Atuação</i> <i>recomendada</i>
0 a 0,5	0 a 9,1	aceitável	No mínimo manutenção da condição existente.
> 0,5 a < 0,9	> 9,1 a < 16,4	acima do nível de ação	No mínimo adoção de medidas preventivas.
0,9 a 1,1	16,4 a 21	região de incerteza	Adoção de medidas preventivas e corretivas visando à redução da exposição diária.
acima de 1,1	acima de 21	acima do limite de exposição	Adoção imediata de medidas corretivas.

Fonte: Fundacentro, 2012.

Outro parâmetro de importância para este trabalho é a transmissibilidade Piso-Assento da Vibração (SEAT%), que se constitui em uma razão de intensidades de vibração, dada em porcentagem, entre o assento e o piso do local de trabalho do motorista. Uma razão maior que a unidade significa a amplificação das vibrações pelo assento ao motorista, e no caso oposto, o assento está amortecendo a energia das vibrações.

$$SEAT\% = \frac{VDV_{assento}}{VDV_{piso}} \cdot 100 \quad (2.2)$$

Com o conhecimento apresentado até aqui, tem-se o necessário para analisar se um indivíduo está ou não correndo riscos à saúde por causa de vibrações excessivas.

No entanto, este trabalho tem como foco uma abordagem computacional, e isto requer a fabricação de um modelo em computador que seja fisicamente válido para conduzir a pesquisa a respostas satisfatórias. Além disso, é necessário saber como lidar com a vibração e como realizar seu controle usando os elementos do próprio sistema físico. Essas duas dificuldades serão tratadas no capítulo seguinte.

3 Transmissibilidade de vibrações e o modelo dinâmico

3.1 Transmissibilidade

A modelagem correta da física do sistema dinâmico envolvendo um motorista de máquina pesada exige observar alguns detalhes e conceitos envolvendo a área da vibração. Rao (2011) explica que um sistema dinâmico vibracional geralmente envolve um conjunto de elementos que podem ser representados de forma simplificada (Fig. 5) por um conjunto massa, mola e amortecedor. Estes elementos são usados para representar a inércia, rigidez e amortecimento equivalentes do sistema, respectivamente. Este sistema dinâmico pode estar submetido a uma excitação, que se apresenta na forma de uma força ou de um deslocamento oscilante.

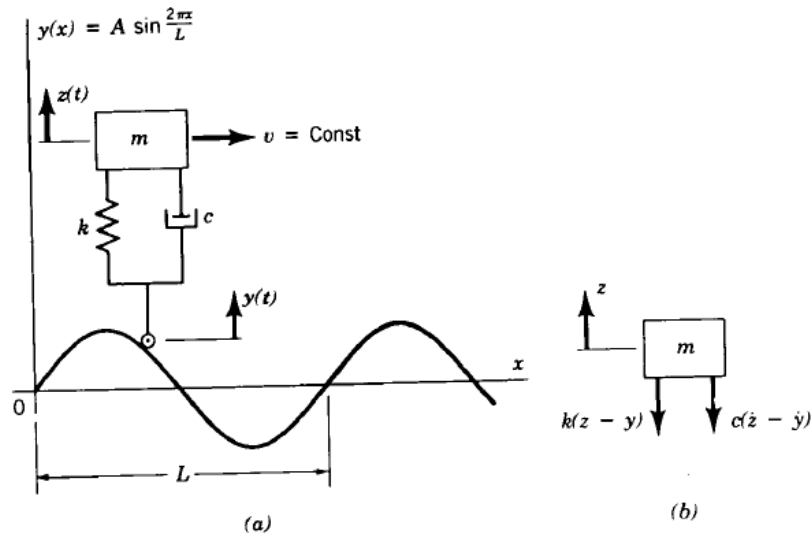


Figura 5 - Sistema massa-mola-amortecedor com 1 grau de liberdade

A vibração de um sistema pode ser representada genericamente pela equação (2.3), que resume a conexão existente entre cada elemento equivalente de um sistema dinâmico por meio de um balanço de forças.

$$m.\ddot{x} + c.\dot{x} + k.x = F(t) \quad (2.3)$$

A relação entre a rigidez e massa equivalentes de um sistema, segundo a Eq. (2.4), define a frequência natural do sistema. Tal parâmetro matemático representa a frequência de vibração principal, ou preferencial, do sistema.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

Com a introdução de amortecimento ao sistema, temos a frequência natural amortecida, um parâmetro dinâmico do sistema. Esse parâmetro representa as frequências onde o sistema entra na condição de ressonância e uma excitação nesta frequência induz oscilações cada vez mais amplas, ou energéticas, no objeto considerado, que pode causar danos a equipamentos mecânicos. Por causa disso, há grande preocupação em evitar excitações que coincidam com a frequência natural amortecida de um sistema.

O amortecimento, quando inserido em um sistema dinâmico, é capaz de suavizar o pico de amplitude provocado pela ressonância. Essa relação, bastante estudada, é empregada para controle de vibrações em sistemas mecânicos, como, por exemplo, o sistema foco deste projeto, sendo uma das primeiras ferramentas usadas para controlar a Vibração de Corpo Inteiro. O fator de amortecimento, observado na Eq. (2.6), é a relação entre o amortecimento empregado no sistema e o amortecimento crítico do sistema, dado pela Eq. (2.5). O amortecimento crítico é definido como aquele que suaviza um sistema da forma mais eficiente.

$$c_c = 2.m.\omega_n \quad (2.5)$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (2.6)$$

A Figura 6 mostra o efeito do fator de amortecimento sobre a amplitude de pico de um sistema de um grau de liberdade vibrando em diversas faixas de frequência, inclusive próximo à condição de ressonância.

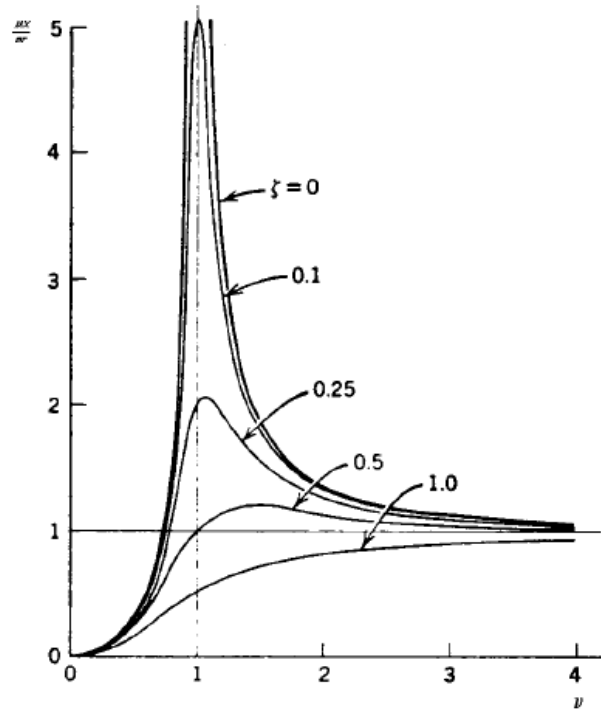


Figura 6 - Curva amplitude de oscilação vs. frequência de um sistema com 1 grau de liberdade.

Para definir transmissibilidade, seguem-se as modificações utilizadas por Anflor (2003), tem-se que, aplicando-se a transformada de Fourier à equação (2.3), são obtidos termos em função da frequência:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.7)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.9)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2 X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.0)$$

Ao substituir (2.7), (2.8), (2.9) e (3.0) na equação (2.3), tem-se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) [-m\omega^2 + j\omega c + k] e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.1)$$

Cancelando as integrais da igualdade (3.1), tem-se, por fim:

$$X(\omega) [-m\omega^2 + j\omega c + k] = F(\omega) \Rightarrow \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = H(\omega) = \frac{1}{[-m\omega^2 + j\omega c + k]} \quad (3.2)$$

A equação (3.2) define matematicamente a transmissibilidade, que representa a razão entre a intensidade da vibração medida no ponto de entrada pela intensidade no ponto de saída em cada frequência de vibração.

Tal variável foi anteriormente introduzida pela Eq. (2.2), que é a transmissibilidade entre a base e o assento de um veículo pesado. Ambas representam a mesma variável física e mostram duas formas diferentes de medir o mesmo parâmetro. Rao (2011) define que, quando obtemos transmissibilidade com:

- $H(\omega) > 1$, houve uma amplificação da vibração na estrutura;
- $H(\omega) = 1$, não há qualquer mudança na intensidade das vibrações que são transmitidas à estrutura considerada;
- $H(\omega) < 1$, há uma suavização na intensidade das vibrações que chegam à estrutura.

A condição de transmissibilidade $H(\omega) < 1$ é, em grande parte das vezes, desejável em sistemas dinâmicos, uma vez que controla os níveis elevados de tensão que podem surgir com vibrações excessivas, durante o funcionamento de um equipamento mecânico. Dessa forma, este parâmetro será usado de maneira complementar aos parâmetros de controle das vibrações indicados na norma ISO 2631-1:1997.

Com todos estes conceitos definidos, serão inicialmente modeladas deterministicamente as equações às quais estão submetidos motoristas de veículos pesados, chegando às equações que regem a dinâmica do sistema. Feito isso, vamos introduzir as variáveis aleatórias, que serão especificadas à frente, e remodelar as equações obtidas, de modo a obter um sistema que permita estudar as incertezas encontradas na prática.

3.2 Implementação do modelo

As condições de trabalho de um motorista envolvem a transmissão de vibrações desde o piso do veículo até o assento do operador, passando, geralmente, por um conjunto mola e amortecimento encontrado na base do banco. Tais vibrações seguem um padrão aleatório de frequência e intensidade, devido às imperfeições da via em que se dirige.

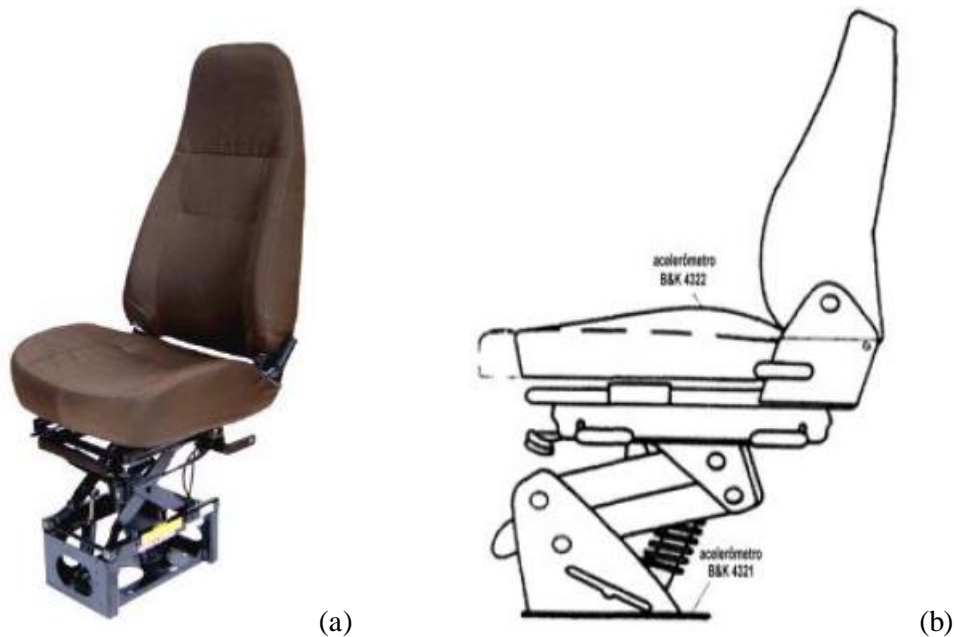


Figura 7 - Modelos de assento para motoristas.

Fonte: (a) Seigler, 2002; (b) Balbinot, 2001.

A partir do assento real, definimos as seguintes simplificações:

- Devido à complexidade da vibração em 3 eixos, vamos considerar a direção vertical (eixo Z) como a única componente de vibração. As horizontais foram então desconsideradas, segundo explica a Norma ISO 2631-1:1997 nos casos em que as vibrações nas direções horizontais são pouco intensas;
- O piso do veículo, abaixo do assento, será modelado como uma base móvel na direção Z, que introduzirá a vibração ao sistema dinâmico;
- O assento possui um suporte com mola e amortecimento que sustenta o banco e controla a intensidade das vibrações transmitidas ao motorista;
- O banco será um suporte rígido, e a espuma de acolchoamento vai apresentar massa, rigidez e amortecimento de acordo com o tipo utilizado. A massa da espuma será representada junto com a do assento;
- Como o foco deste trabalho está na suspensão do assento e na intensidade e frequência das vibrações que entram em contato com o motorista, o corpo do operador em si não será muito estudado, portanto, como simplificação, será modelado como um corpo rígido sobre o assento, com a mesma massa do corpo do indivíduo.

Assim, com base na Figura 7, temos a seguinte representação do modelo massa-mola-amortecedor simplificado:

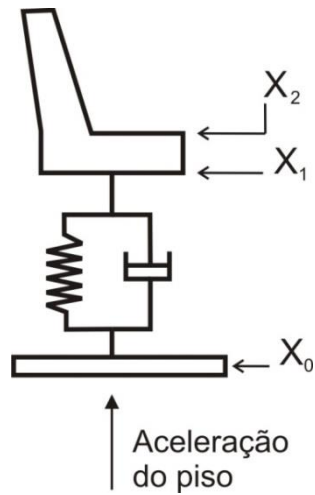


Figura 8 - Esquema simplificado do assento.

Fonte: Seigler, 2002.

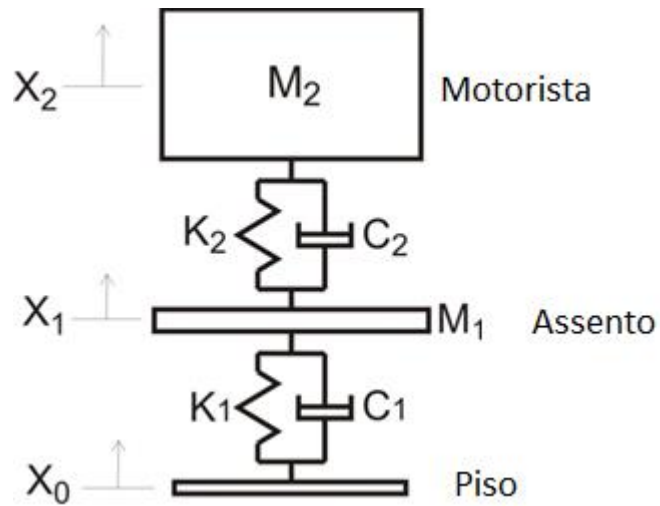


Figura 9 - Modelagem com elementos equivalentes do sistema piso-assento-motorista.

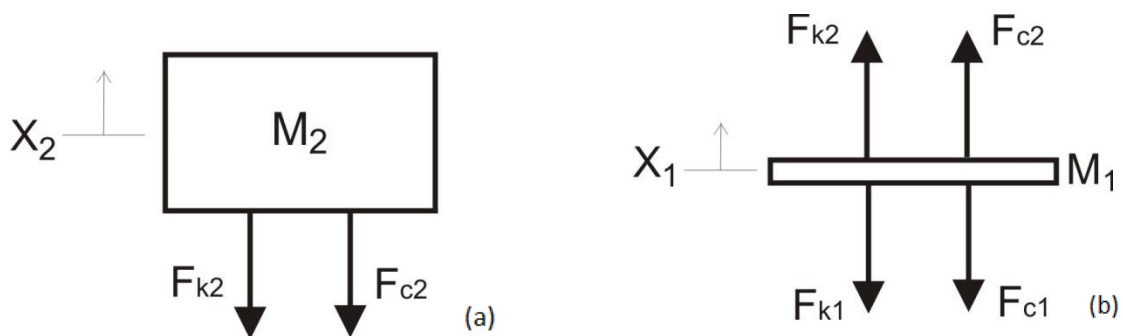


Figura 10 - Diagramas de Corpo Livre do corpo do motorista (a) e do assento (b).

Nesse modelo simplificado, temos um conjunto de elementos que estão interligados e interagem entre si por meio de forças de ação e reação. Dessa forma, transmitem as vibrações para o

corpo do motorista. Isolando cada elemento, podemos observar a interação de forças entre eles, conforme visto nos diagramas de corpo livre (Figura 10). Por meio do estudo de cada elemento, temos um equilíbrio de forças para cada massa representada no modelo. No caso, temos duas massas que se movimentam no eixo Z, ou seja, dois graus de liberdade.

Do equilíbrio de forças para cada massa, obtemos equações no mesmo modelo que a Equação (2.3), conforme mostrado nas Eq. (3.3) e (3.4).

$$M_2 \cdot \ddot{x}_2 + C_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_2 \cdot (x_2 - x_1) = 0 \quad (3.3)$$

$$M_1 \cdot \ddot{x}_1 + C_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_2 \cdot (x_2 - x_1) + C_1 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + K_1 \cdot (x_1 - x_0) = 0 \quad (3.4)$$

As equações (3.3) e (3.4), definidas a partir do modelo simplificado de assento para este trabalho, podem ser agrupadas em um sistema de equações ou em uma operação entre matrizes, conforme Eq. (3.5).

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \cdot \dot{x}_0 + K_1 \cdot x_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Nesse sistema, temos como excitação de entrada o deslocamento $F(x_0) = -C_1 \cdot \dot{x}_0 - K_1 \cdot x_0$, aplicado ao ponto de contato entre o piso do veículo e a suspensão do assento. Os parâmetros M_1, M_2, C_1, C_2, K_1 e K_2 são obtidos por meio do estudo das condições reais do problema, de estimativas ou de aproximações, e fornecem a modelagem da física do problema. A variável \ddot{x}_2 é o elemento que procuramos extrair como resultado do sistema de equações em consideração. Por meio dessa variável, podemos calcular os valores de ar_{RMS} (Eq. 1.6) e de $VDVR$ (Eq. 2.1). Assim, será possível realizar a análise do modelo proposto, por meio das equações já descritas.

Para resumir, teremos que trabalhar com a implementação das Eq. (1.6), (2.1), (2.2) e (3.5), a fim de se obter um modelo numérico funcional do assento do motorista. A partir disso, a parte aleatória do modelo computacional terá a função de analisar variações na regulação do assento, que poderão resultar em níveis maiores ou menores de risco à saúde do motorista. As aleatoriedades serão então introduzidas pela álgebra de intervalos, ou intervalar, que é uma maneira rápida, em relação ao método de Monte Carlo, de se lidar com modelos cujos parâmetros são incertos ou variam aleatoriamente.

4 Álgebra de intervalos

4.1 Intervalos

A modelagem das incertezas e variações associadas à regulação do assento de veículos pesados requer uma ferramenta matemática capaz de representar e tratar variáveis expressas como aleatórias. Nesse sentido, Vaccaro (2001) discute que a álgebra intervalar é uma ferramenta adequada. Inicialmente, ela era usada para solucionar problemas com erros para representar variáveis reais, em computação científica. Porém, ao longo dos anos, diversos estudos, iniciados por Moore (1966), levaram a matemática intervalar a se desenvolver ao ponto de tratar problemas gerais, que necessitassem de representação aleatória.

Sua aplicação baseia-se, segundo Moore, Kearfott e Cloud (2009), na definição de intervalos, ou conjunto de valores, que uma variável aleatória pode assumir. A análise por álgebra intervalar oferece uma opção ao uso da técnica de propagação de erros e, diferentemente de outros métodos aleatórios pontuais, como o de Monte Carlo, a matemática de intervalos garante igualdade aleatória à solução, ao eliminar as concentrações de valores que podem ocorrer em medições pontuais. Por esse mesmo motivo, constitui-se em um método mais simples de ser usado, embora considere, em suas faixas de tolerâncias, sempre o pior caso para a distribuição do erro, podendo superestimá-los.

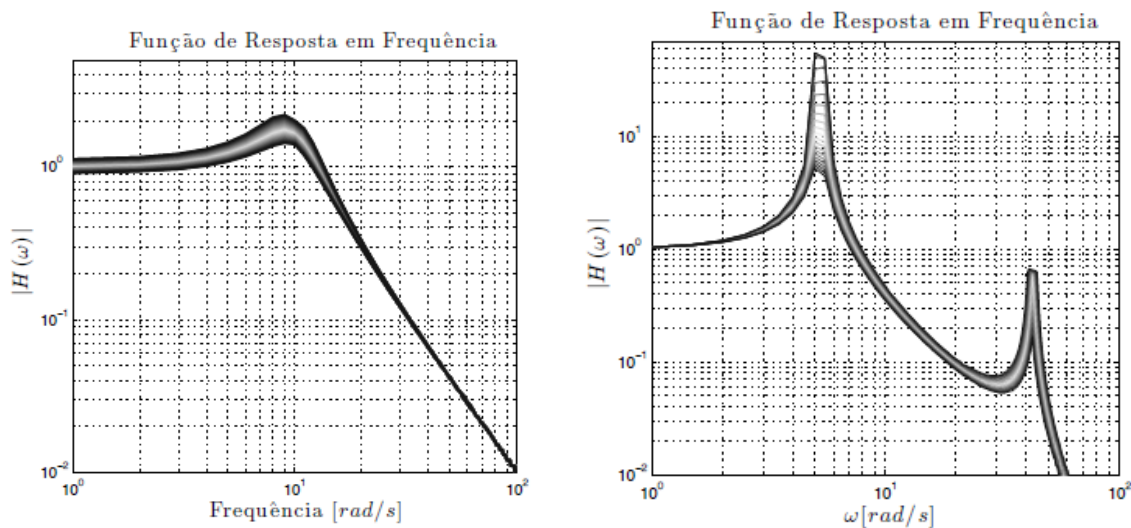


Figura 11 - Exemplos de aplicação da álgebra de intervalos.

Fonte: Lara-Molina e Steffen, 2014.

Na Figura 11, temos dois gráficos de resposta em frequência para modelos vibracionais massa-mola-amortecedor, com 1 e com 2 graus de liberdade. As áreas sombreadas representam as soluções e tolerâncias para o problema.

Na aritmética intervalar, um número qualquer é definido entre um limite inferior e superior, que definem um intervalo, por exemplo, $a = \{a \in \mathbb{R} | \underline{a} \leq a \leq \bar{a}\}$. O intervalo, a base da matemática de intervalos, agrupa os valores que certa variável pode assumir. É representado de forma simplificada pelo conjunto fechado $a = [\underline{a}, \bar{a}]$, onde \underline{a} representa o limite inferior do intervalo e \bar{a} , o limite superior.

Um intervalo, por sua vez, é um conjunto de números definidos no domínio \mathbb{IR} dos intervalos reais, descrito matematicamente pela forma:

$$\mathbb{IR} = \{[X_1; X_2] | X_1, X_2 \in \mathbb{R}, X_1 \leq X_2\}$$

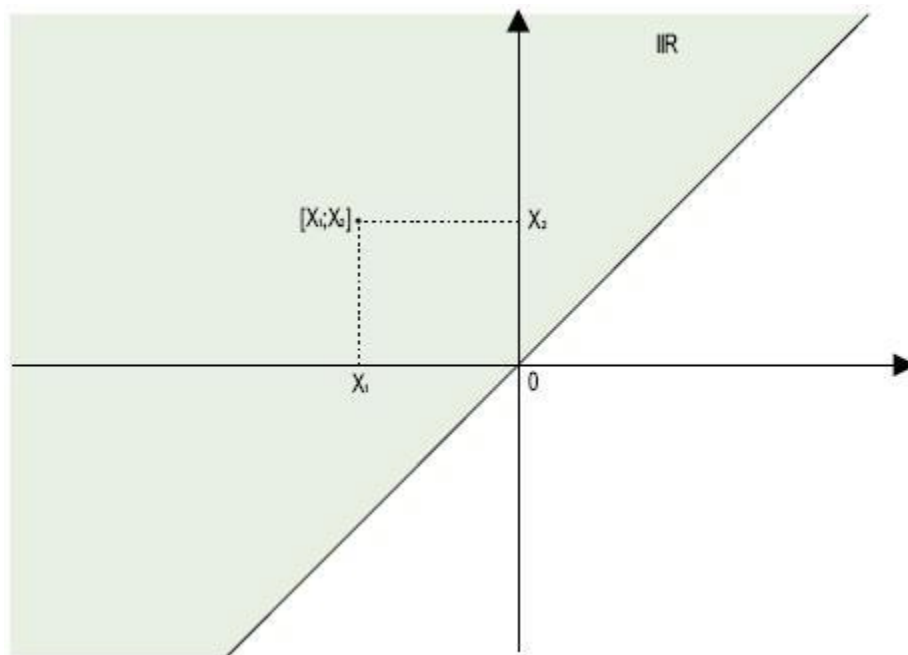


Figura 12 - Representação gráfica do domínio dos intervalos reais \mathbb{IR} .

A matemática dos intervalos define um conjunto de operações básicas que manipulam um conjunto, da mesma forma como as operações básicas usadas para os números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.). Sejam A e B dois intervalos reais tais que $A = [a_1, a_2]$ e $B = [b_1, b_2]$, temos então as seguintes operações matemáticas:

- Adição

$$A + B = [\text{menor valor}, \text{maior valor}] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$$

- Subtração

$$A - B = [a_1 - b_1, a_2 - b_2]$$

- Multiplicação

$$A * B = [\min(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2), \max(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2)]$$

- Divisão

$$\frac{A}{B} = \left[\min\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}\right), \max\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}\right) \right]$$

Com $0 \notin [b_1, b_2]$.

4.2 Funções de intervalo

Partindo do conceito de função, temos que uma função $f(x)$ possui um conjunto de valores (a imagem da função) que se relacionam, por meio de operações matemáticas, com os valores que a variável x pode assumir (domínio), sendo denotado $f(Y) = \{f(x) | x \in Y\}$.

Indo além, uma função com múltiplas variáveis possui sua imagem formada pelos domínios de cada variável. Nas operações com funções, o objetivo é conseguir definir corretamente domínio, imagem e operações matemáticas necessárias para se realizar tal transformação.

Considerando tudo isso, tem-se que o caso de funções intervalares não é diferente. Seja:

$$X = [\underline{X}, \overline{X}]$$

Um intervalo real, a função intervalar $f(X)$ associada a este intervalo é denotada por:

$$f(X) = [f(\underline{X}), f(\overline{X})]$$

sendo $f(x)$ uma operação matemática qualquer. Como exemplo, serão dadas as seguintes transformações, sendo a primeira puramente simbólica e a segunda uma comparação entre duas funções semelhantes:

- 1) Dado o mesmo intervalo genérico $X = [\underline{X}, \overline{X}]$, ($X \in \mathbb{R}$) e a função $f(x) = \exp(x)$, temos que a imagem de $f(x)$ é obtida por:

$$f(X) = [f(\underline{X}), f(\overline{X})] = [e^{\underline{X}}, e^{\overline{X}}] \quad ; (X \in \mathbb{R})$$

Neste exemplo, a função usada foi a exponencial, que é uma função monotônica de intervalos. Este tipo de função tem a vantagem de gerar facilmente o resultado sobre um intervalo por meio da aplicação direta da operação matemática, como foi feito acima.

2) Dada a função $f(x) = x^2$ e o intervalo $X = [-1, 1]$, ($X \in \mathbb{R}$), temos:

$$f(X) = X^2 = [(-1)^2, (1)^2]$$

Como X^2 é uma função parabólica com mínimo em zero, temos que a imagem deste intervalo varia do mínimo da parábola, ou seja, o menor valor que a função X^2 pode assumir, até o valor máximo dentro do intervalo do domínio, logo: $f(\underline{X}) = 0$ e $f(\overline{X}) = 1$. Portanto, a imagem da função é:

$$f(X) = [0, 1]$$

O resultado acima é diferente caso a função considerada seja $f(x) = x \cdot x$, onde teremos a aplicação da propriedade multiplicativa de intervalos:

$$X * X = [\text{mín}(-1 \cdot -1, -1 \cdot 1, 1 \cdot -1, 1 \cdot 1), \text{máx}(-1 \cdot -1, -1 \cdot 1, 1 \cdot -1, 1 \cdot 1)] = [-1, 1]$$

Dessa maneira, o resultado da função é:

$$f(X) = [-1, 1]$$

Diferentemente do resultado encontrado antes. Este exemplo demonstra os cuidados necessários na manipulação de funções intervalares. Casos como esse, conforme visto acima, podem gerar resultados superestimados e faixas de erros, ou tolerâncias, maiores do que o necessário.

3) Um último exemplo, de natureza prática à engenharia mecânica, aplica a álgebra de intervalos à solução da Função de Resposta em Frequência, Eq. 3.2, aqui repetida por conveniência.

$$X(\omega)[-m \cdot \omega^2 + j\omega c + k] = F(\omega) \quad \Rightarrow \quad \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = H(\omega) = \frac{1}{[-m \cdot \omega^2 + j\omega c + k]} \quad (3.2)$$

Desse modo, é possível avaliar os efeitos de incertezas na rigidez e amortecimento sobre a curva de ressonância de um modelo massa-mola-amortecedor com 1 grau de liberdade, obtendo assim o gráfico esquerdo da Figura 11. Tomando a massa do objeto como sendo uma variável escalar de valor $m = 0,01$ [kg], o amortecimento e a rigidez como sendo variáveis intervalares de valores $C = [0,05; 0,07]$ [Ns/m] e $K = [0,9; 1,1]$ [N/m], respectivamente, temos, pela Eq. (3.2):

$$H_1(\omega) = \frac{1}{-m.\omega^2 + j\omega\underline{C} + \underline{K}} \quad \text{e} \quad H_2(\omega) = \frac{1}{-m.\omega^2 + j\omega\overline{C} + \overline{K}}$$

onde seguimos a notação já utilizada de limite inferior e superior de variáveis de intervalo. Dessa maneira, substituindo os valores de m , C e K e variando livremente o valor da frequência aplicada ao sistema (ω), obtemos o gráfico log-log de resposta em frequência visto na Figura 13.

O resultado revela uma relação inversamente proporcional entre amortecimento e rigidez e a reação do sistema à ressonância: $H([\underline{C}, \overline{C}], [\underline{K}, \overline{K}])$, uma vez que os valores mais baixos de rigidez e amortecimento geram valores maiores como resposta (curva cheia representada em azul) e os valores mais altos, de forma análoga, geram uma curva de menores valores (curva tracejada em vermelho). O resultado gráfico também revela o conjunto de possíveis soluções encontradas devido à incerteza dos valores de rigidez e amortecimento.

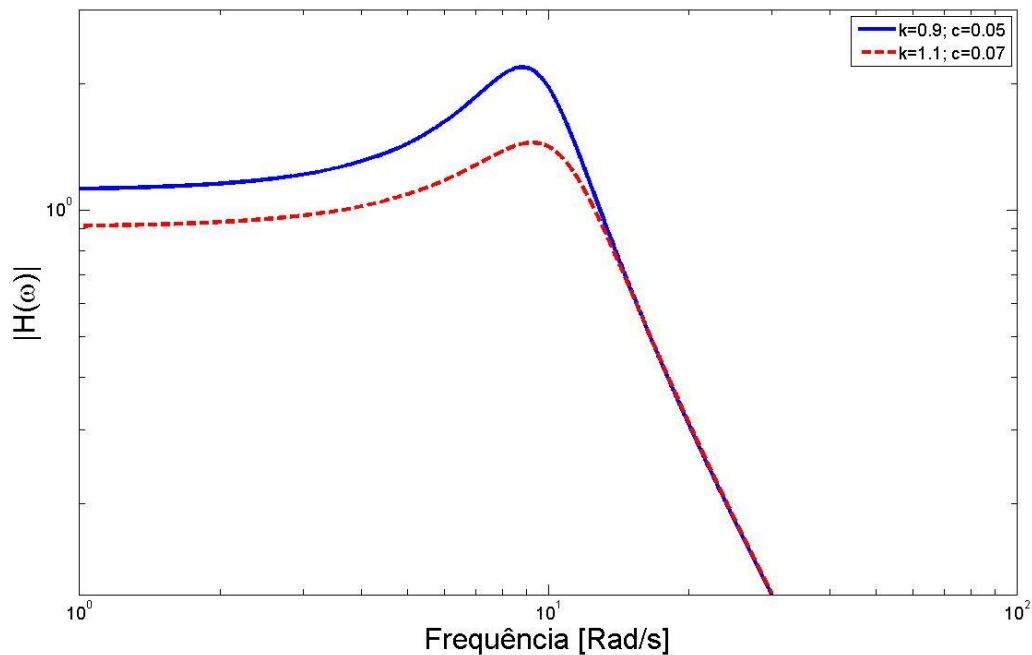


Figura 13 - Função de Resposta em Frequência para um sistema massa-mola-amortecedor com 1 Grau de Liberdade

É importante ressaltar, ainda, que a equação escalar utilizada para obter a resposta do problema pôde ser imediatamente implementada para a forma intervalar. Conforme veremos na

subseção seguinte, nem todas as funções podem sofrer diretamente tal transformação, pois isto causaria erros em relação ao domínio ou à imagem do conjunto, e o resultado final seria inexpressivo.

4.3 Extensão intervalar

Ao se considerar um problema numérico com equações no domínio dos números reais, a aplicação da álgebra de intervalos requer que variáveis reais sejam modeladas como intervalares. Com isso, muitas vezes surge a necessidade de modelar as funções reais como intervalares, e isso, conforme visto nos exemplos anteriores, pode causar erros.

A extensão intervalar é uma forma de tentar remodelar uma função real para que esta se torne intervalar. Definida por Moore (1979), a extensão intervalar é uma função tal que:

$$f(x) = F(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$$

$$F(X) \subseteq F(x) \quad \forall X \in \mathbb{IR}^n$$

A extensão intervalar permite embutir o espaço dos números reais no espaço dos intervalos reais. Ela é bastante útil para modelar uma função real por meio de uma função intervalar equivalente. Em relação a isso, é importante que a função intervalar conecte o mesmo domínio e imagem da função real correspondente. Conforme os seguintes exemplos, essa modelagem nem sempre é muito fácil:

- Dada a expressão matemática $f(x) = 1 - x$, temos que, se x possui domínio no conjunto de números reais $\{0; 1\}$, $f(x)$ possui sua imagem no conjunto $\{0; 1\}$.

Desta forma, se escolhermos representar $f(x)$ por meio da extensão intervalar $F(X) = 1 - X$ (embora qualquer outra função poderia ser testada), sendo seu domínio o intervalo $X = [0, 1]$, sua imagem será denotada por $F(X) = [1 - \underline{X}, 1 - \overline{X}] = [0, 1]$.

Assim, a função intervalar $f(X)$, que eventualmente será usada para representar uma situação física, pode assumir a operação matemática de $F(X)$. Logo:

$$f(X) = 1 - X$$

- Neste próximo exemplo, temos a expressão matemática $f(x) = x(1 - x)$, com domínio real $\{0; 1\}$ e, substituindo estes valores na expressão, obtemos a imagem $\{0; 1/4\}$.

Ao pensarmos em uma extensão intervalar para este caso, podemos pensar em escolher $F_1(X) = X - X.X$ ou mesmo $F_2(X) = X - X^2$, ambas com o domínio intervalar $[0, 1]$.

Entretanto, podemos notar que as extensões apresentam imagem no intervalo $[0, 1]$ e $[-1, 1]$, respectivamente.

Neste caso, a função real pode ainda ser representada por uma terceira forma equivalente:

$$f(x) = x(1-x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

A extensão equivalente a esta terceira forma da equação real pode representar a função inicial corretamente. Logo, a função intervalar pode ser expressa da forma:

$$f(X) = \frac{1}{4} - \left(X - \frac{1}{2}\right)^2 = F_3(X)$$

Para a variável intervalar X considerada, temos:

$$F_3(X) = \begin{cases} \left[\frac{1}{4} - \left(\bar{X} - \frac{1}{2}\right)^2, \frac{1}{4} - \left(\underline{X} - \frac{1}{2}\right)^2 \right], & \underline{X} \geq \frac{1}{2}, \\ \left[\frac{1}{4} - \left(\underline{X} - \frac{1}{2}\right)^2, \frac{1}{4} - \left(\bar{X} - \frac{1}{2}\right)^2 \right], & \bar{X} \leq \frac{1}{2}, \\ \left[\frac{1}{4} - \max\left\{\left(\underline{X} - \frac{1}{2}\right)^2, \left(\bar{X} - \frac{1}{2}\right)^2\right\}, \frac{1}{4} \right], & \underline{X} < \frac{1}{2} < \bar{X} \end{cases}$$

E, com isso, verificamos que $F_3([0,1]) = \left[0, \frac{1}{4}\right]$, satisfazendo a representação intervalar da expressão real $f(x)$.

A partir da teoria da álgebra intervalar, modificam-se as equações (1.6), (2.1), (2.2) e (3.5) de modo a admitirem as variáveis intervalares de interesse. De acordo com os objetivos do trabalho, os parâmetros que serão modelados como variáveis intervalares são aqueles relacionados à suspensão do assento do motorista, de modo a possibilitar a análise de uma suspensão com parâmetros variáveis. Ao admitirmos “ K_2 ” e “ C_2 ” como parâmetros intervalares, a variável de saída “ \ddot{x}_2 ” também será intervalar e, por consequência, “ ar_{RMS} ” e “ $VDVR$ ” também. Assim, será possível obter a faixa de vibração a que operadores de veículos pesados podem estar expostos, analisando com isso a severidade desta exposição.

5 Construção no Simulink e validação do modelo computacional












Para implementar e simular o modelo matemático proposto, foi utilizado o software Simulink. A partir disso, foram realizados testes para verificar a precisão e o funcionamento desse modelo numérico. A seguir, foram definidos os valores de rigidez, amortecimento e massa que serão usados na simulação, assim como os parâmetros de excitação da base do assento do motorista. Por fim, foram definidos os parâmetros e procedimentos de simulação da vibração sobre o assento, explicitando os elementos que serão apresentados como resultados.

5.1 Básico sobre o Simulink

O Simulink é uma ferramenta de simulação numérica integrada ao software Matlab. Desse modo, compartilha diversas funções com o mesmo e pode ser acessado através de um ícone na janela principal.

A ferramenta Simulink utiliza o modelo de diagramas de blocos para representar e construir o sistema a ser estudado. Tais blocos desempenham uma função em particular e são interligados entre si repassando variáveis, modificando dados, entre outros. Blocos com funções elementares podem ser extraídos da biblioteca do Simulink a fim de se construírem as diversas partes do modelo dinâmico. Alguns blocos de grande importância para as simulações estão representados na Tabela 3.

Tabela 3 – Exemplos de blocos do Simulink e suas funções.

Bloco	Função	Biblioteca
 Clock	Fornece o tempo de simulação como entrada.	Sources
 Constant	Fornece um valor constante.	Sources
 In1	Fornece ao programa um dado externo ou uma variável a um subsistema.	Sources
 Sine Wave	Gera um sinal senoidal.	Sources
 Out1	Gera uma saída de dados para o ambiente externo ou de um subsistema para o sistema principal.	Sinks
 Scope	Recebe e processa diferentes sinais em gráficos	Sinks
 Mux	Recebe dados escalares e os organiza em um vetor de saída.	Signal routing
 Gain	Multiplica o sinal de entrada pelo valor definido no bloco.	Math operations
 Derivative	Deriva continuamente um sinal.	Continuous
 Integrator	Integra continuamente um sinal.	Continuous
 Fcn	Permite ao usuário definir livremente uma função. Recebe variáveis direta ou indiretamente (bloco Mux, por exemplo) e repassa um valor de saída.	User-defined functions

Clicando duas vezes com o mouse em um bloco, uma caixa de diálogo se abre com uma descrição e parâmetros de entrada do bloco. Dessa forma, pode-se mudar cada bloco de acordo com as necessidades do sistema (Fig. 14).

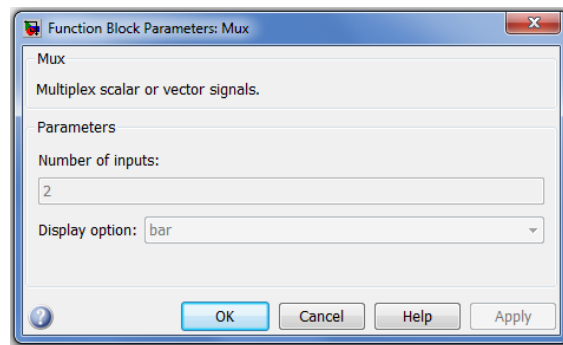


Figura 14- Janela de opções de um bloco do Simulink.

Na figura 14, vemos a caixa de diálogo do bloco Mux, e notamos que podemos alterar a quantidade de entradas livremente. Além disso, temos uma breve descrição da função do bloco e opções de aparência.

No simulink, podemos, ainda, conectar a saída de um bloco com a entrada de outros dois, deixando o sistema mais versátil (Fig. 15).

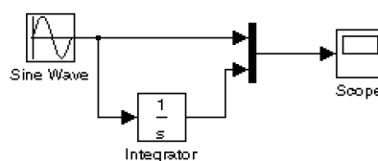


Figura 15 - Conexão dos blocos do Simulink.

Na Figura 16, temos o exemplo de um sistema massa-mola totalmente integrado.

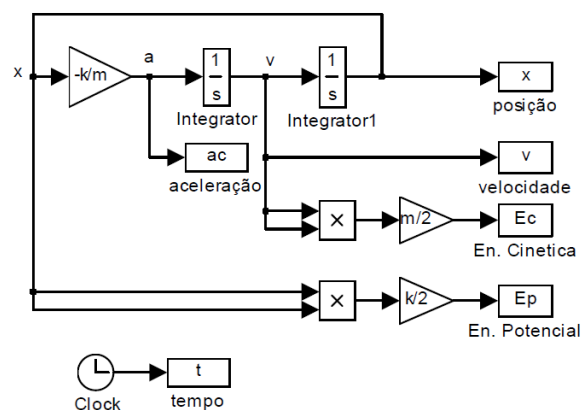


Figura 16 - Exemplo de aplicação do Simulink.

Com o sistema inteiramente montado através de blocos e equações, o usuário pode ter a necessidade de repassar ao software valores de constantes que não foram definidas dentro do programa, o que impossibilitaria a simulação. Para isso, simplesmente define-se o nome e o valor da constante na tela principal do Matlab (a tela de abertura do programa). Por exemplo, para uma variável “Torque”, escrevemos na tela principal “Torque = 160;”, e o programa irá reconhecer, dentro do programa, todas as entradas identificadas por “Torque” como sendo aquele valor.

5.1.1 Parâmetros da simulação numérica

Uma vez completo o sistema a ser simulado, é necessário escolher um método numérico de solução de EDOs e ajustar os parâmetros da simulação a ser realizada. Para isso, podemos ir ao menu “Simulation > Configuration Parameters...”, ou clicar Ctrl + E.

Feito isso, abre-se a janela da Figura 17.

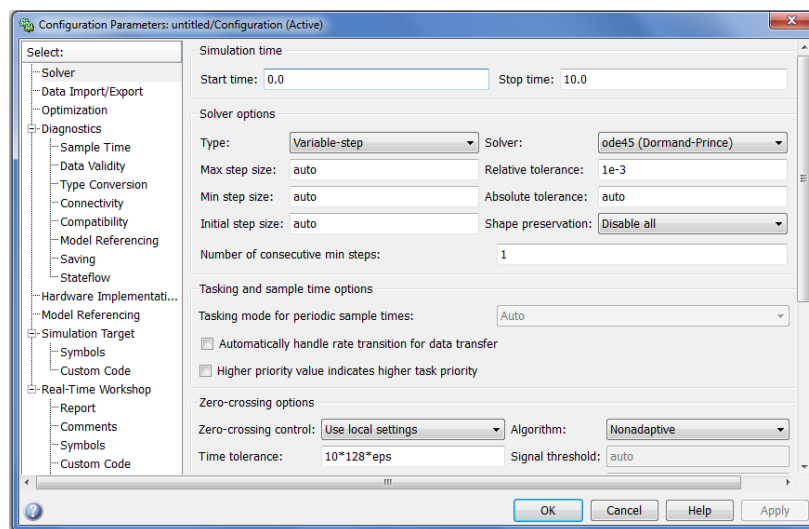


Figura 17 - Janela de ajuste da simulação.

Como podemos observar, através da janela selecionamos o intervalo de tempo da simulação, o passo máximo e mínimo de tempo (no caso de simulação com passo de tempo variável), as tolerâncias para o processo de convergência numérica e o a rotina de solução de EDOs.

Dependendo da versão do Simulink, pode haver diferentes métodos. Na versão Simulink 2 temos os seguintes:

- Ode45 (Dormand-Prince): um método mais simples, leve e mais usado como uma primeira tentativa.
- Ode23 (Bogacki-Shampine): método que pode ser mais eficiente quando as tolerâncias são maiores.

- Ode113 (Adams): aconselhável quando a simulação consome muito tempo e as tolerâncias são mais rigorosas.
- Ode15s e Ode23s: ambas são aconselháveis para problemas de maior complexidade e ordem maiores.

Para uma descrição mais detalhada de cada método pode-se consultar o menu “Help”, na tela principal do Matlab, ou Simulink.

Uma forma simples e compacta de introduzir uma equação inteira no Simulink é por meio do bloco “Fcn” (Function), da biblioteca “User-defined functions”. Por meio de tal bloco, insere-se uma expressão em seu campo “Expression”, que recebe variáveis externas. É interessante repassar variáveis ao bloco usando o bloco “Mux”, na biblioteca “Signal routing”. Para tanto, substitui-se as variáveis no bloco “Fcn” por $u[n]$, onde n é a posição de tal variável no bloco “Mux”. A partir disso, pode-se conectar diferentes blocos ao “Fcn” (blocos Integrator, Gain, Mux, outro Fcn, etc.), a fim de modificar o sinal de saída para um valor necessário.

Outra forma de se implementar as equações no Simulink é utilizar blocos das bibliotecas “Sources” e “Math Operations”, utilizando o bloco “In” para repassar variáveis para blocos de multiplicação, soma, divisão, etc.

5.2 Implementação das equações no Simulink e testes realizados

A partir daí, com o auxílio do Simulink, foi construído um modelo de blocos interconectados, representando as Equações 1.5, 2.1, 3.3 e 3.4, conforme visto na Figura 18. Tal modelo é constituído por 3 partes principais: os blocos que geram a perturbação de entrada (Fig. 19), os blocos que desenvolvem as equações do sistema vibracional de dois graus de liberdade (Fig. 20) e os blocos que tratam a aceleração recebida pelo corpo do motorista e extraem os valores que medem a Vibração de Corpo Inteiro, que são as variáveis ar_{RMS} e VDVR (Fig. 21).

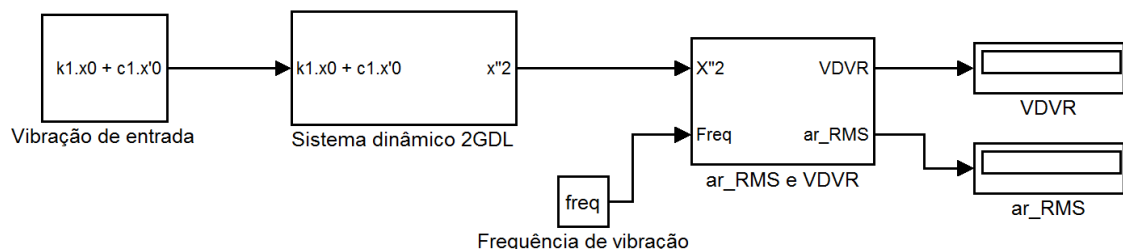


Figura 18 – Sistema completo elaborado no Simulink.

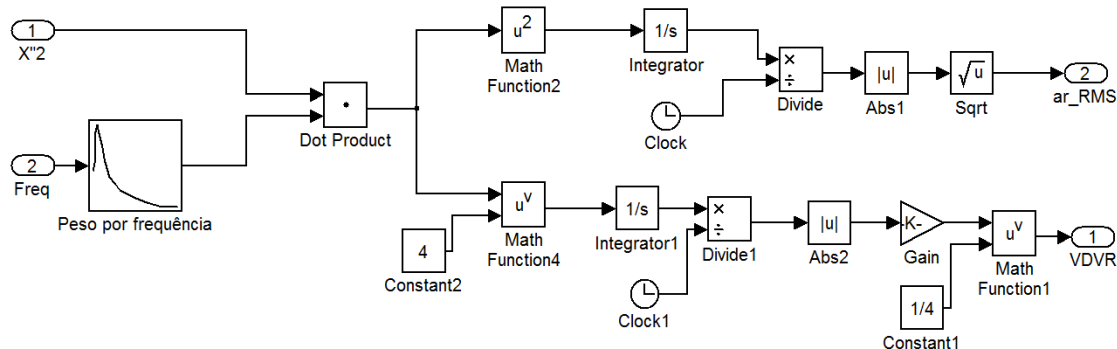


Figura 21 – Bloco de medição da VCI.

Com o intuito de testar a eficiência de cada um desses grupos, foram realizadas algumas simulações teste. Para isso, cada grupo de blocos foi separado dos demais e testado com base em problemas simples da literatura e a resposta final da simulação foi então comparada com a resposta analítica.

Os blocos de excitação foram modelados por meio de ondas senoidais com frequência e amplitude controladas. Para atingir os resultados propostos neste trabalho, as simulações foram feitas com excitações senoidais com frequência e amplitude fixas.

Os blocos que representam o modelo massa, mola e amortecedor (Fig. 20), por sua vez, receberam dois testes semelhantes, baseados em exercícios retirados da literatura. No primeiro, procura-se descobrir as frequências de ressonância de um modelo massa-mola com dois graus de liberdade e no segundo, é analisado um modelo massa, mola e amortecedor com 1 grau de liberdade, buscando-se a amplitude de vibração da massa em determinada frequência e a frequência de ressonância do corpo.

No primeiro teste, o problema proposto é obter as frequências críticas de um sistema massa-mola não amortecido, com dois graus de liberdade e excitação pela base. Extraído de Rao (2011), exercício de numeração 5.8, o problema apresenta os seguintes dados:

- $M_1 = 1000 \text{ kg}$
- $M_2 = 300 \text{ kg}$
- $k_1 = 400 \text{ kN/m}$
- $k_2 = 500 \text{ N/m}$
- $Amplitude = 0,1 \text{ m}$

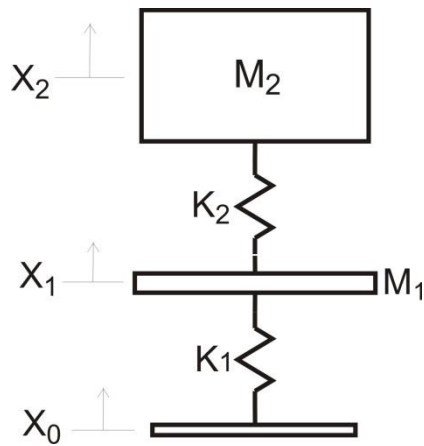


Figura 22 – Diagrama dos elementos dinâmicos do teste 1

As respostas analíticas indicam ressonância nas frequências de 2,3 e 8,99 Hz. O gráfico de resposta em frequência das duas massas, obtido das simulações no Simulink, mostra boa concordância, obtendo as mesmas frequências de ressonância, como visto nas Figuras 23 e 24.

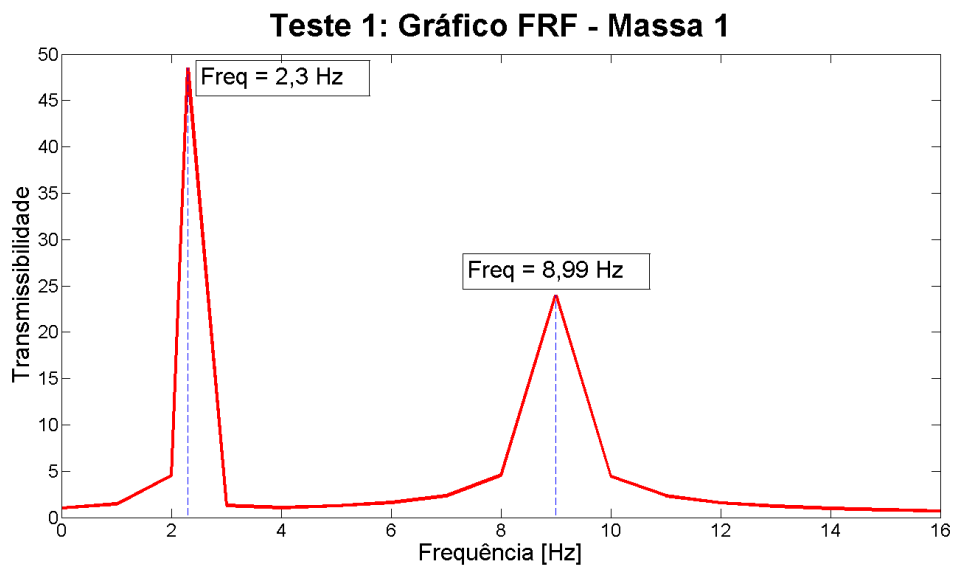


Figura 23 – Teste 1: Gráfico FRF - Massa 1

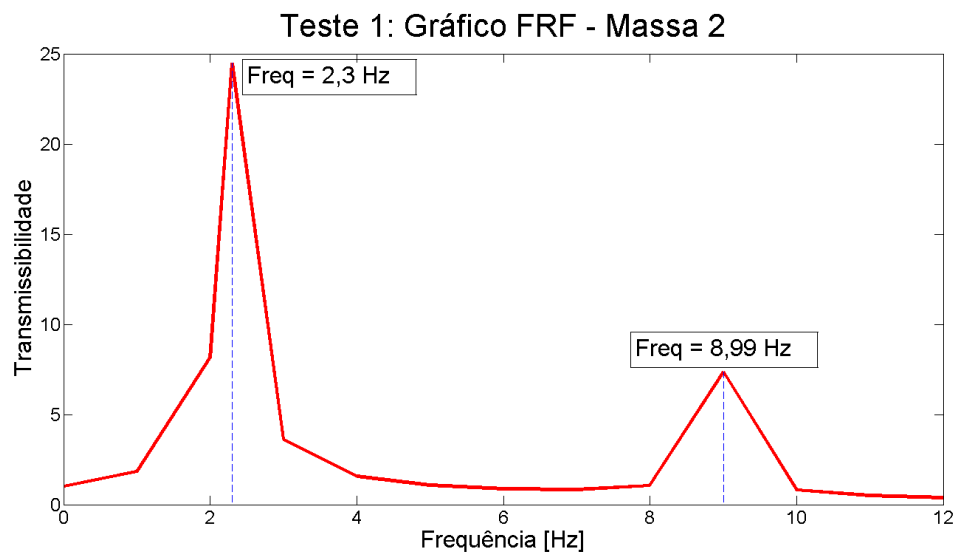


Figura 24 – Teste 1: Gráfico FRF – Massa 2

Observa-se que, ao excitar o sistema nas frequências de ressonância, obtêm-se amplitudes que crescem indefinidamente, conforme Figura 25 e 26.

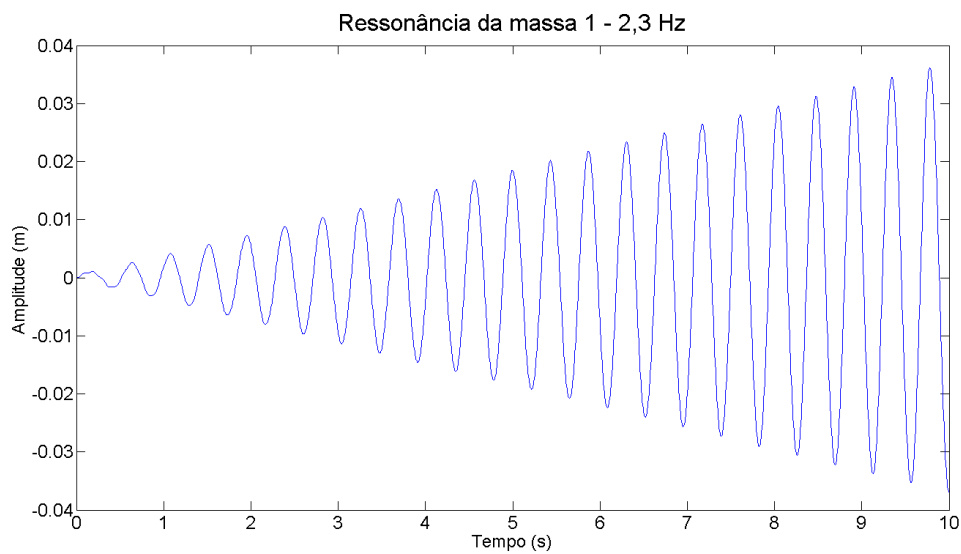


Figura 25 – Teste 1: Ressonância da massa 1 em 2,3 Hz

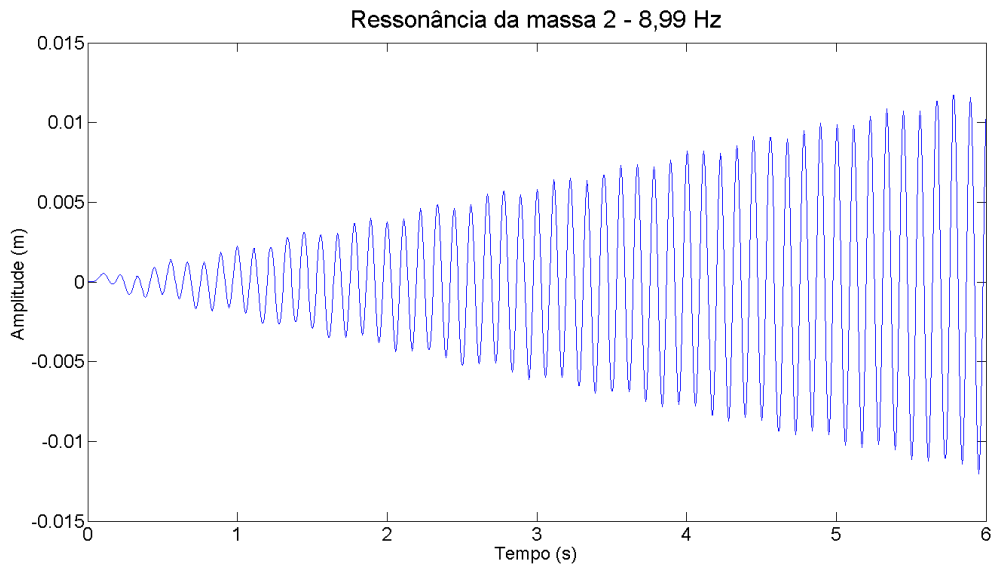


Figura 26 – Teste 1: Ressonância da massa 2 em 8,99 Hz

O segundo teste consistiu em um sistema massa-mola-amortecedor, com um grau de liberdade e excitação pela base no qual deve-se obter a amplitude de vibração do sistema com as condições apresentadas. Extraído de Rao (2011), exercício de numeração 3.35, o problema e a solução apresentam os seguintes dados:

- $M_1 = 2000 \text{ kg}$
- $k_1 = 5000 \text{ kN/m}$
- $c_1 = 158805 \text{ N.s/m}$
- $Amplitude = 0,2 \text{ m}$
- $Frequência = 157,08 \text{ Rad/s}$

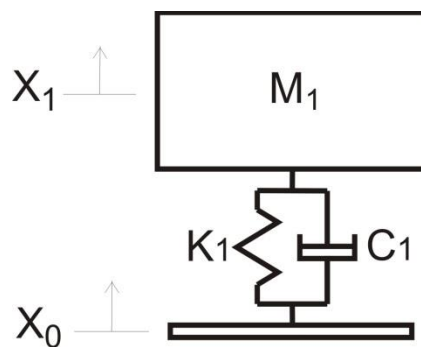


Figura 27 – Diagrama dos elementos dinâmicos do teste 2.

Este teste foi realizado adaptando-se o sistema. Para isso, simplesmente considerou-se que os valores de massa (M_2), rigidez (k_2) e amortecimento (c_2) do sistema inicial eram muito pequenos

quando comparados aos valores do problema proposto, restando apenas os elementos ligados diretamente à base. Feita a simulação, a solução numérica apresentou a amplitude de vibração exata da teoria, que foi de 0,1 metros (Fig. 28). Além disso, a frequência de ressonância atingiu o resultado esperado, de 4,8 Hz, de acordo com a Figura 29.

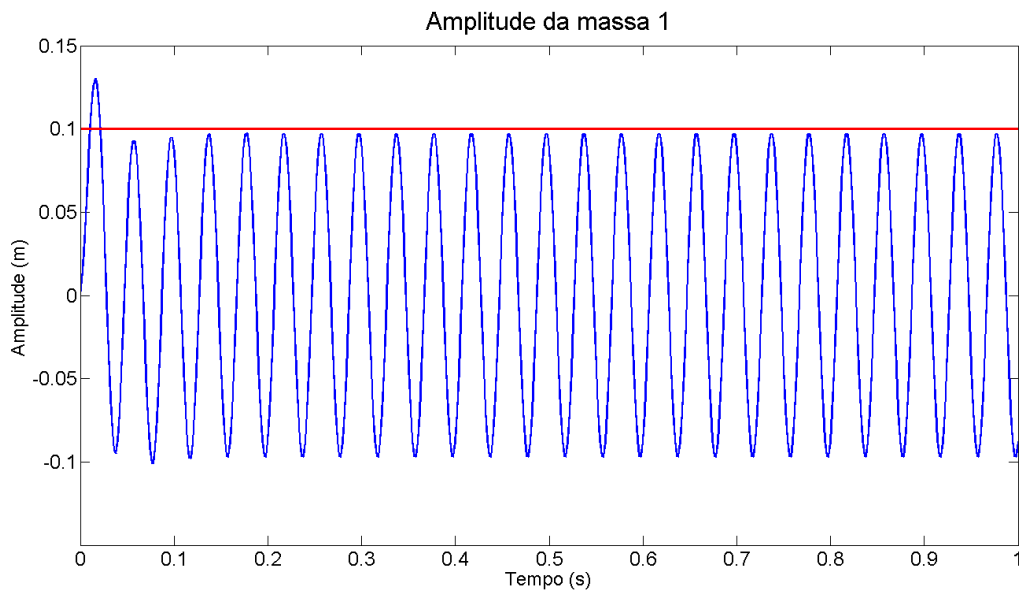


Figura 28 – Teste 2: Amplitude resultante

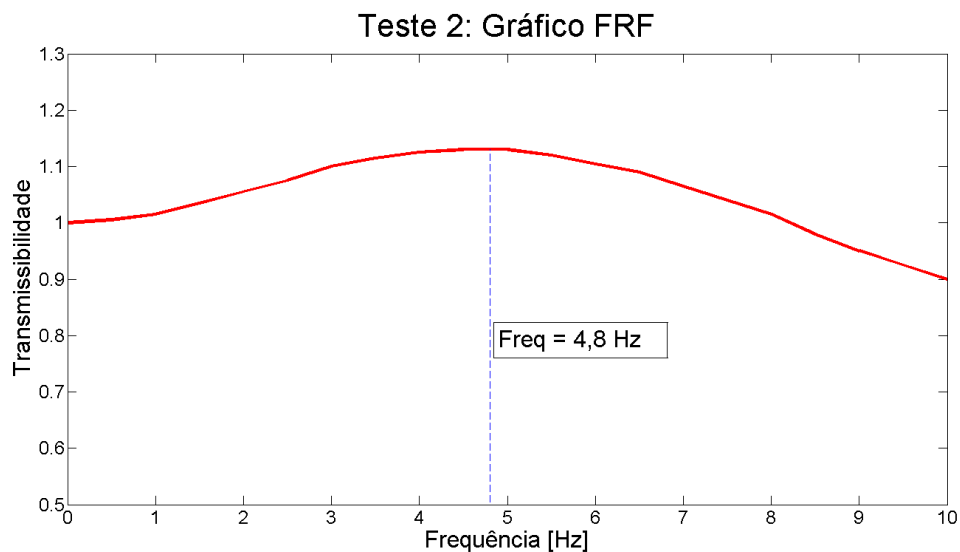


Figura 29 – Teste 2: Gráfico FRF

O conjunto de blocos que calcula os valores de ar_{RMS} e VDVR (Fig. 21) foi submetido a ondas senoidais com Valor Eficaz conhecido, amplitude e frequência fixas. Dessa maneira, é possível conhecer os resultados que a simulação deve apresentar. Com uma senoidal de amplitude 1,2 e frequência de 6,3 Hz, o bloco deve apresentar resultados de 0,8943 de ar_{RMS} e 12,89 de VDVR. Conforme apresentado na Figura 30, a simulação alcançou os valores esperados.

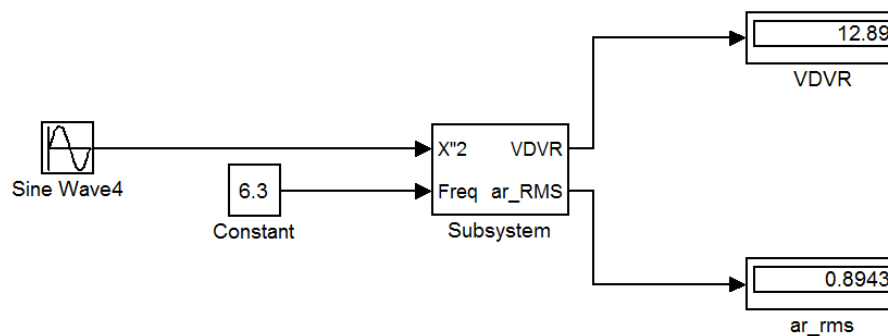


Figura 30 – Teste do bloco de medição da VCI

Com resultados bem definidos, tem-se o modelo integrado necessário para simular e analisar as condições de vibração no assento do motorista.

A álgebra de intervalos será avaliada por meio da combinação entre os diferentes extremos de intervalos e análise dos resultados. A extensão do intervalo permitirá avaliar a severidade das variações de parâmetros e em que faixas de frequência tal severidade está concentrada.

5.3 Procedimentos para simulação do assento

Para realizar a simulação do assento de forma adequada, é necessário usar parâmetros que reflitam a realidade do sistema estudado. Para obter esses dados, foram consultados artigos e trabalhos acadêmicos que apresentaram medições experimentais e valores comumente encontrados. A Tabela 4 apresenta um resumo dos valores encontrados e as fontes das quais foram extraídos.

Tabela 4 – Valores físicos comumente encontrados para o sistema assento-motorista

Parâmetro	Valor	Unidade	Fonte
M1	4 a 6	kg	Tewari e Prasad (1999)
M2	A ser arbitrado		
c1	600	Ns/m	Anflor (2003)
	500 a 1000	Ns/m	Tewari e Prasad (1999)
c2	178,5	Ns/m	Cho e Yoon (2001)
	94 a 159	Ns/m	Tewari e Prasad (1999)
k1	700000	N/m	Anflor (2003)
	15000 a 25000	N/m	Tewari e Prasad (1999)
k2	36150	N/m	Cho e Yoon (2001)
	37730 a 92510	N/m	Tewari e Prasad (1999)

A partir destes valores, foram selecionadas as médias para serem usadas como parâmetros nas simulações, apresentadas na Tabela 5. As variáveis intervalares foram evidenciadas e foi definido que, para o presente estudo, serão tomados intervalos com desvio de 5% e de 10% em relação ao valor médio considerado.

Tabela 5 – Parâmetros físicos selecionados para a simulação

Parâmetro	Valor			Unidade	É intervalar?	Desvio em relação à média
	Mínimo	Médio	Máximo			
M1	4	5	6	kg	Não	
M2	70	80	90	kg	Não	
c1	712,5	750	787,5	Ns/m	Sim	5% e 10%
c2	94	136,5	179	Ns/m	Não	
k1	66500	70000	73500	N/m	Sim	5% e 10%
k2	36150	64330	92510	N/m	Não	

No capítulo seguinte, serão inseridos os parâmetros do programa e feitas as combinações entre os extremos de cada intervalo. Com isso, serão obtidas as faixas de valores de ar_{RMS} e VDVR, de forma a observar quais os efeitos do desbalanceamento para a saúde do motorista. Com o mesmo procedimento serão obtidas as curvas de resposta em frequência, de modo a avaliar em que condições há maiores intensidades de vibração e, combinando com os resultados de VCI, definir quais combinações causam as condições mais críticas e mais favoráveis.

6 Resultados obtidos

O sexto capítulo destina-se inteiramente a apresentar e avaliar os resultados obtidos por meio das simulações numéricas. Nele, foram investigados os aspectos de transmissibilidade e sua interação com os intervalos por meio das simulações numéricas. Além disso, foram analisadas as alterações que as variações por intervalo causam nas variáveis de VCI. Por fim, foi apresentada uma breve proposta de melhoria das condições de trabalho dos operadores por meio da adoção de valores de parâmetros que atenuassem o melhor possível os efeitos da VCI.

6.1 Avaliação da interação entre os parâmetros

Inicialmente, foram investigados os efeitos das variáveis intervalares sobre os resultados intervalares para avaliar a relação existente entre ambos. Para isso, foram usados intervalos com variação de 5 % e de 10 % em relação ao valor médio do intervalo. Os parâmetros determinísticos e intervalares estão exibidos nas Tabelas 6 e 7, e foram usados para realizar simulações no Simulink.

Tabela 6 – Variáveis determinísticas selecionadas para as simulações

Variáveis determinísticas		
Parâmetro	Valor médio	Unidade
M1	5	kg
M2	80	kg
c2	136,5	Ns/m
k2	64330	N/m

Tabela 7 – Variáveis intervalares selecionadas para as simulações

Variáveis intervalares			
Variação do intervalo: 5 %			
	Mín	Méd	Máx
k1:	665000	700000	735000
c1:	712,5	750	787,5

Variação do intervalo: 10 %			
	Mín	Méd	Máx
k1:	63000	700000	77000
c1:	675	750	825

As simulações foram feitas com uma excitação pela base de amplitude 0,7363 mm e frequência de 6,3 Hz e geraram os resultados numéricos apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Análise dos valores de ar_{rms} e $VDVR$ para motoristas com diferentes massas e intervalos com 5 % e 10 % de variação para mais ou para menos.

Variação do intervalo: 5 %					Variação do intervalo: 10 %				
	Parâmetros intervalares	Massa 2				Parâmetros intervalares	Massa 2		
		70 kg	80 kg	90 kg			70 kg	80 kg	90 kg
AR_{rms}	k1_min e c1_min	1,00	0,77	0,62	AR_{rms}	k1_min e c1_min	0,99	0,76	0,62
	k1_min e c1_max	1,00	0,77	0,62		k1_min e c1_max	0,99	0,76	0,62
	k1_max e c1_min	1,02	0,78	0,63		k1_max e c1_min	1,02	0,78	0,63
	k1_max e c1_max	1,02	0,78	0,63		k1_max e c1_max	1,02	0,78	0,63
$VDVR$	k1_min e c1_min	14,4	11,1	9,0	$VDVR$	k1_min e c1_min	14,3	11,0	8,9
	k1_min e c1_max	14,4	11,1	9,0		k1_min e c1_max	14,3	11,0	8,9
	k1_max e c1_min	14,7	11,2	9,1		k1_max e c1_min	14,8	11,3	9,1
	k1_max e c1_max	14,7	11,2	9,1		k1_max e c1_max	14,8	11,3	9,1

Os resultados da Tabela 8 indicam que há uma queda nos valores de ar_{rms} e $VDVR$ conforme se considera um condutor de maior massa (massa 2).

As demais análises foram realizadas utilizando um valor de intervalo com 10 % de variação em relação à média. O estudo seguinte foi feito sobre as frequências naturais e as Funções de Resposta em Frequência do sistema dinâmico construído. Tomando-se os gráficos para massas M_2 de 70 e 90 kg, foram elaborados os gráficos das Figuras 31 a 34. A Tabela 9 apresentam as respectivas frequências naturais para a massa do motorista vibrando nas condições estabelecidas.

Tabela 9 – Frequências de ressonância para as diferentes condições do sistema simulado

Frequências de ressonância (Hz)						
Condição	70 kg		80 kg		90 kg	
	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª
k1_min e c1_min	4,6	57	4,3	57	4,07	57
k1_min e c1_max	4,6	56	4,3	56,1	4,07	56,1
k1_max e c1_min	4,63	62,7	4,33	62,8	4,08	62,8
k1_max e c1_max	4,63	62	4,33	62	4,08	62

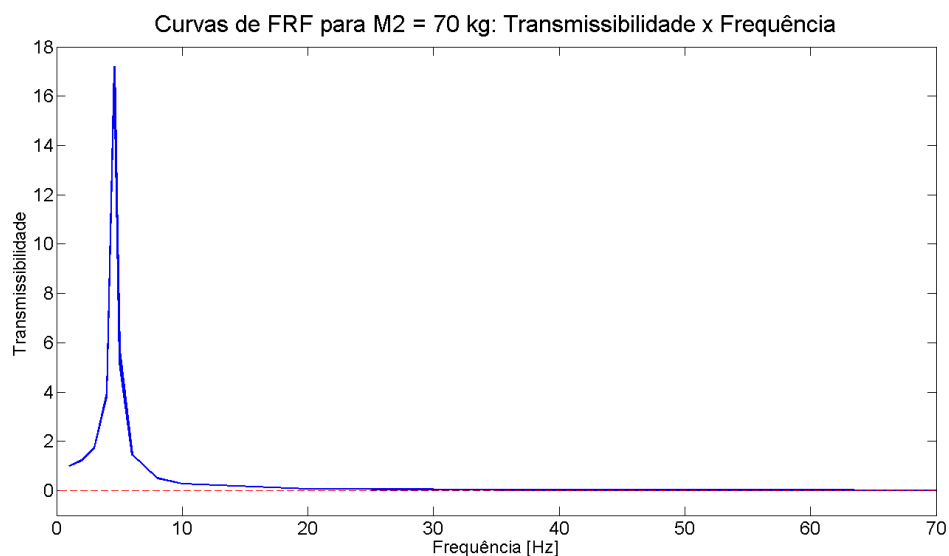


Figura 31 – Curva de FRF para motorista com 70 kg

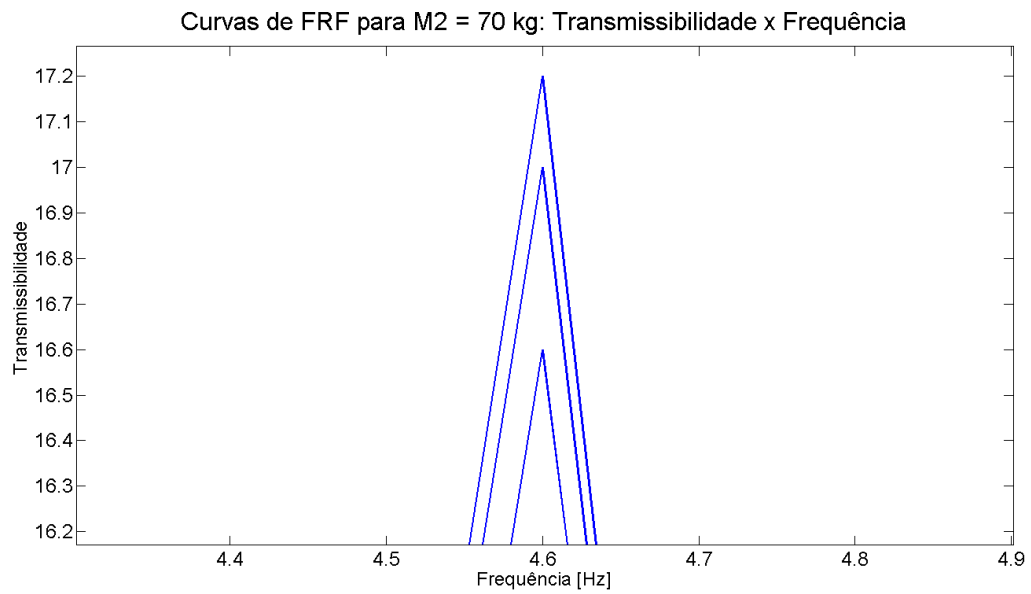


Figura 32 – Detalhe do intervalo no pico de ressonância – motorista com 70 kg

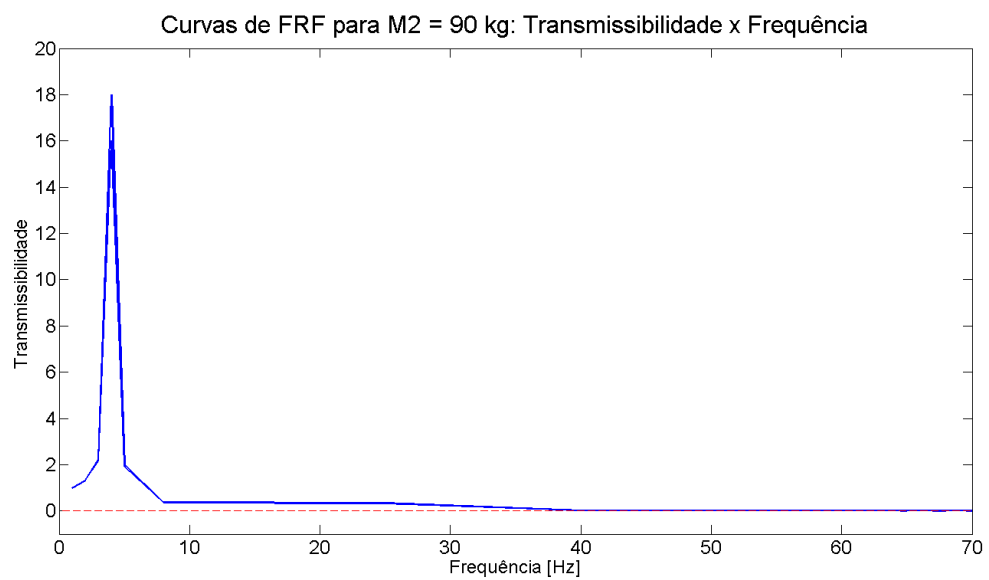


Figura 33 – Curva de FRF para motorista com 90 kg

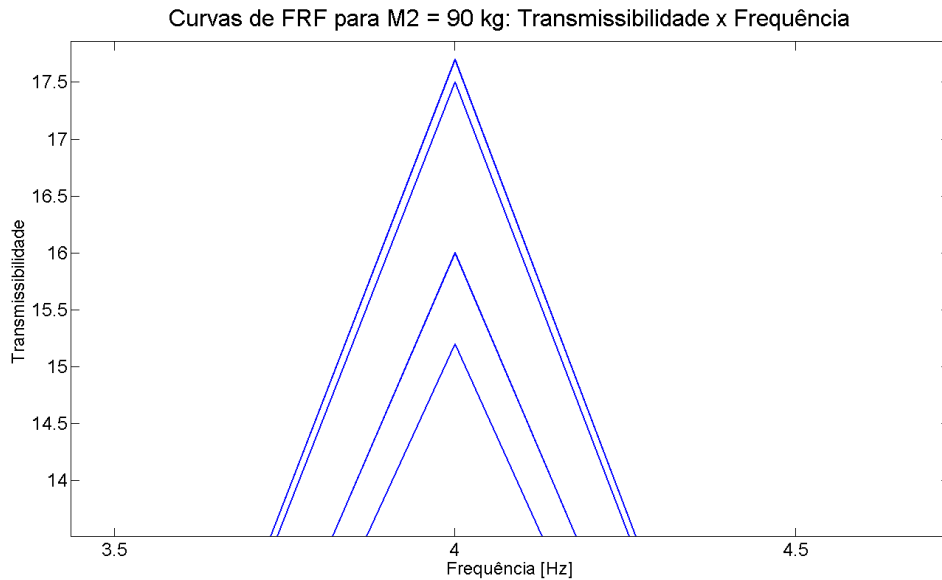


Figura 34 – Detalhe do intervalo no pico de ressonância – motorista com 90 kg

A partir das Figuras 31 e 33 é possível observar que há um pico importante de ressonância em baixa frequência e que a ressonância na maior frequência é quase completamente amortecida. Também é possível observar que a amplitude do intervalo atinge uma variação de 4 % (Fig. 32) e de 16 % (Fig. 34) de amplitude total de variação na região de pico da ressonância, em comparação com o valor de 20 % de variação das variáveis k_1 e c_1 . Apenas como ressalva, a Figura 32 apresenta 4 curvas, sendo que duas estão sobrepostas na curva que está entre a máxima e a mínima

Considerando assim a importância da primeira frequência de ressonância, fez-se um estudo da variação intervalar das variáveis de medição da VCI, ar_{rms} e VDVR, para uma variação de frequência de 0 a 10 Hz e amplitude de vibração de entrada de 0,5 mm. Tal estudo mostrou, de acordo com as Figuras 35 e 36, que ambas as variáveis comportam-se conforme a transmissibilidade, o que era esperado, uma vez que são afetadas diretamente pela amplitude de vibração do corpo.

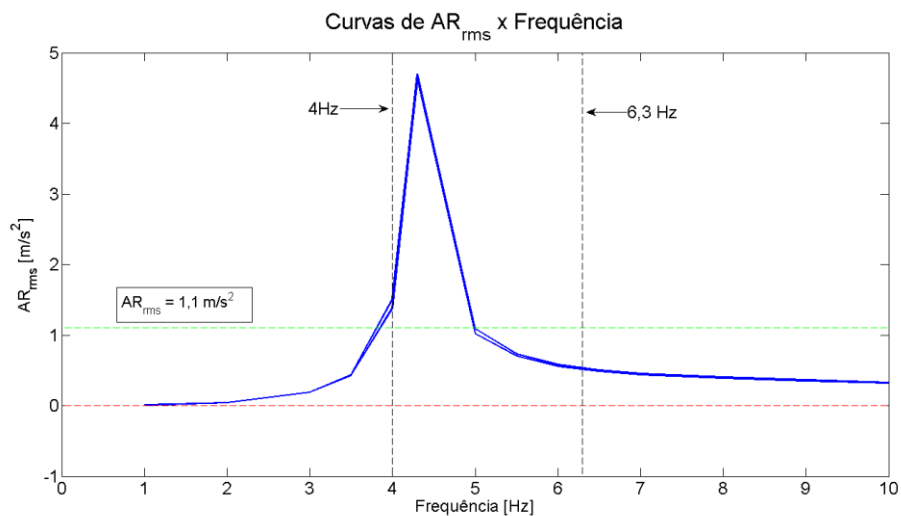


Figura 35 – Curva de ar_{rms} vs. Frequência para motorista com 80 kg

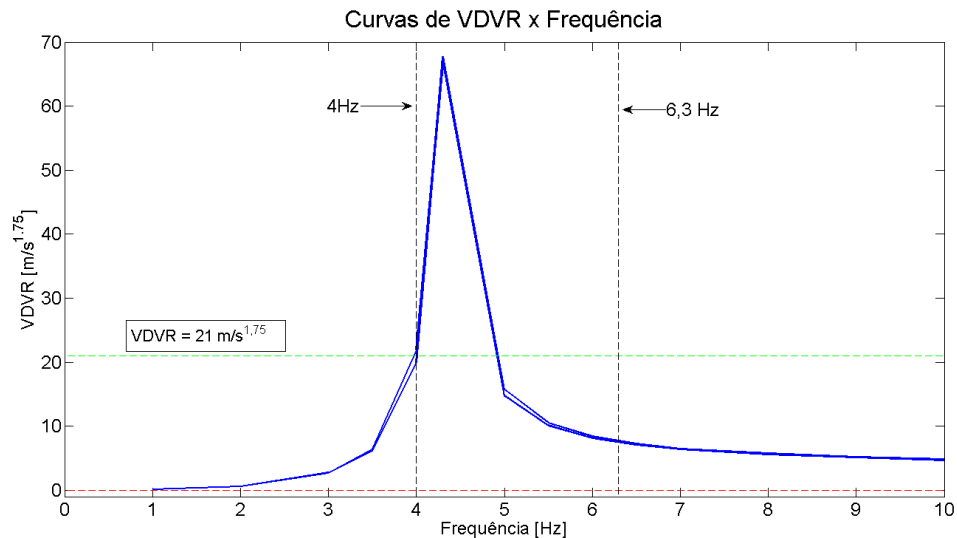


Figura 36 – Curva de **VDVR** vs. Frequência para motorista com 80 kg

Além disso, de forma semelhante às Figuras 32 e 34, foi obtida uma variação máxima de 2 % na amplitude do intervalo, que ocorreu, assim como nos casos de transmissibilidade, exatamente na frequência de ressonância. Observando essa variação nas Figuras 31 a 34, 35 e 36, conclui-se que a variação aleatória dos parâmetros de rigidez e amortecimento do dispositivo de sustentação do banco afeta em menor grau a severidade das vibrações transmitidas ao condutor do veículo, além de apresentar condições de maior e de menor amortecimento vibracional.

As Figuras 35 e 36 apresentam ainda linhas tracejadas verticais que indicam, conforme a norma ISO 2631-1:1997, a faixa de frequências onde o corpo humano apresenta ressonância. Observa-se que os picos de ar_{rms} e de **VDVR** encontram-se dentro desta faixa. Tal fato significa que as vibrações conduzidas pelo assento chegam ao motorista amplificadas na frequência de ressonância de seu corpo, gerando vibrações ainda intensas nas regiões superiores, como coluna, ombros e cabeça. Esta condição é muito desfavorável à saúde do motorista, caso não seja bem controlada e, de preferência, deve ser evitada.

6.2 Otimização das condições de vibração

Dessa maneira, reunindo as informações obtidas, foi proposta uma condição de operação que minimize os efeitos que as vibrações causam ao motorista. Segundo Tewari e Prasad (1999), valores menores de rigidez são ideais para reduzir a transmissibilidade das vibrações, enquanto que valores maiores de amortecimento controlam o pico de amplitude na condição de ressonância. Assim, a partir das Tabelas 4 e 5 (Cap. 5), foram elaboradas simulações com os valores de rigidez e amortecimento exibidos na Tabela 10.

Tabela 10 – Valores selecionados para otimizar a dissipação de vibração no sistema assento-motorista

Parâmetro	Valor			Unidade
	Mínimo	Médio	Máximo	
M1		5		kg
M2	70	80	90	kg
c1	810	900	990	Ns/m
c2		179		Ns/m
k1	22.500	25.000	27.500	N/m
k2		36.150		N/m

Tais simulações geraram gráficos de ar_{rms} e $VDVR$ nas frequências de 0 a 7 Hz, visando obter valores menores na condição de ressonância. Os resultados para uma pessoa com massa de 70 kg são apresentados nas Figuras 37 e 38.

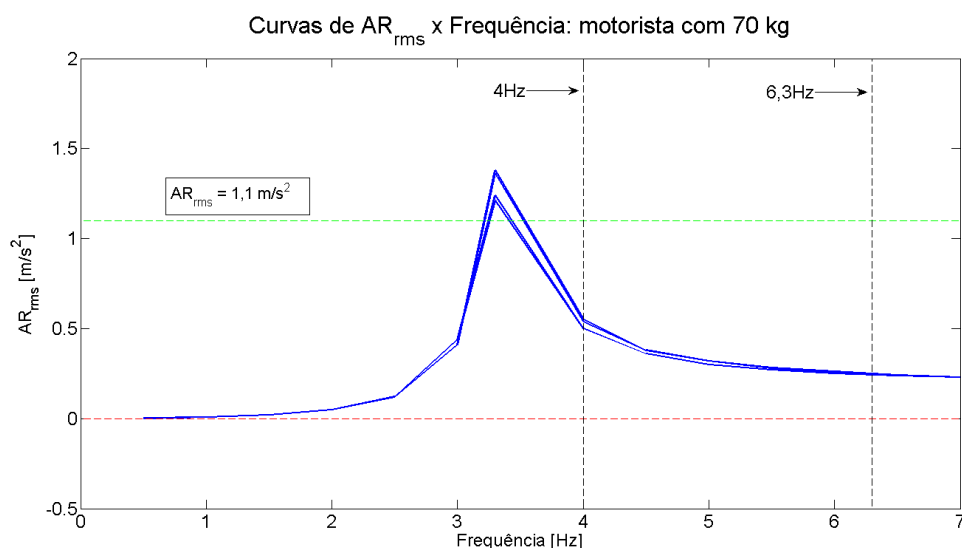


Figura 37 – Otimização: ar_{rms} vs. Frequência – Motorista com 70 kg

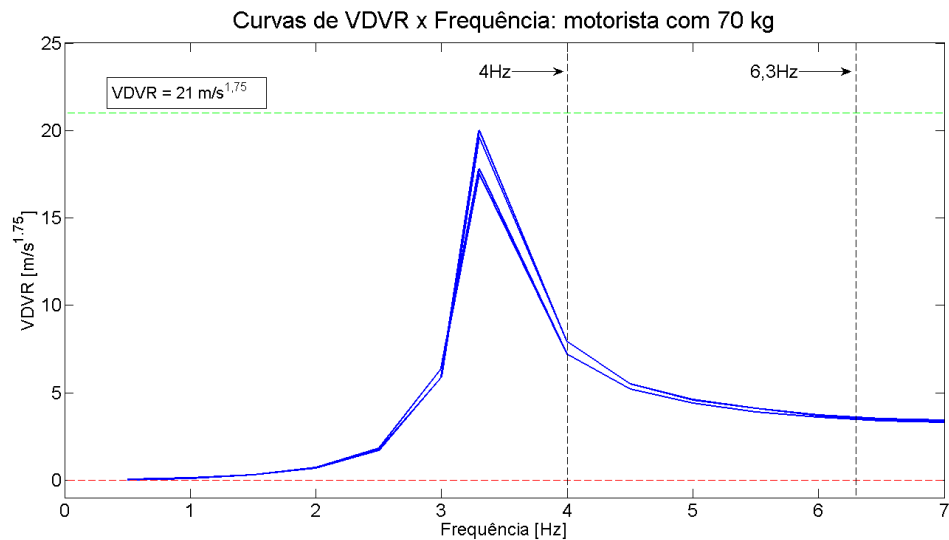


Figura 38 – Otimização: **VDVR** vs. Frequência – Motorista com 70 kg

Pode-se observar, nas Figuras 37 a 42 apresentadas, uma linha verde tracejada que especifica o limite máximo estabelecido pela norma NHO 09 (Fundacentro, 2012). Além disso, há também as linhas verticais que delimitam a faixa de ressonância do corpo humano.

Conforme observado, o redimensionamento das variáveis do sistema assento-condutor gerou uma condição de menores valores de pico, quase totalmente abaixo do limite máximo recomendado por norma, e o novo pico de vibração encontra-se fora da faixa de ressonância do motorista, o que atenuou os efeitos da VCI.

Os valores para uma pessoa com massa de 80 kg são apresentados nas Figuras 39 e 40. Observa-se também que o valor máximo no pico é reduzido com o aumento da massa do operador devido ao aumento da inércia do sistema.

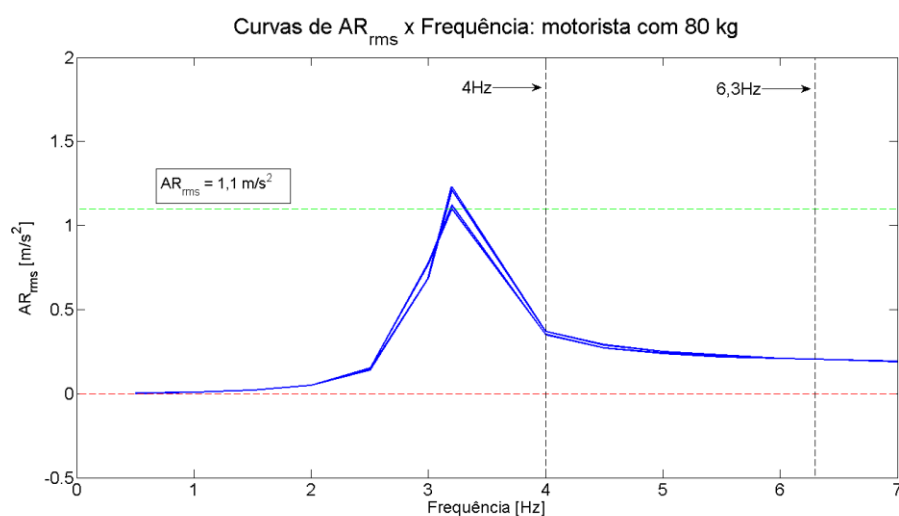


Figura 39 – Otimização: **ar_{rms}** vs. Frequência – Motorista com 80 kg

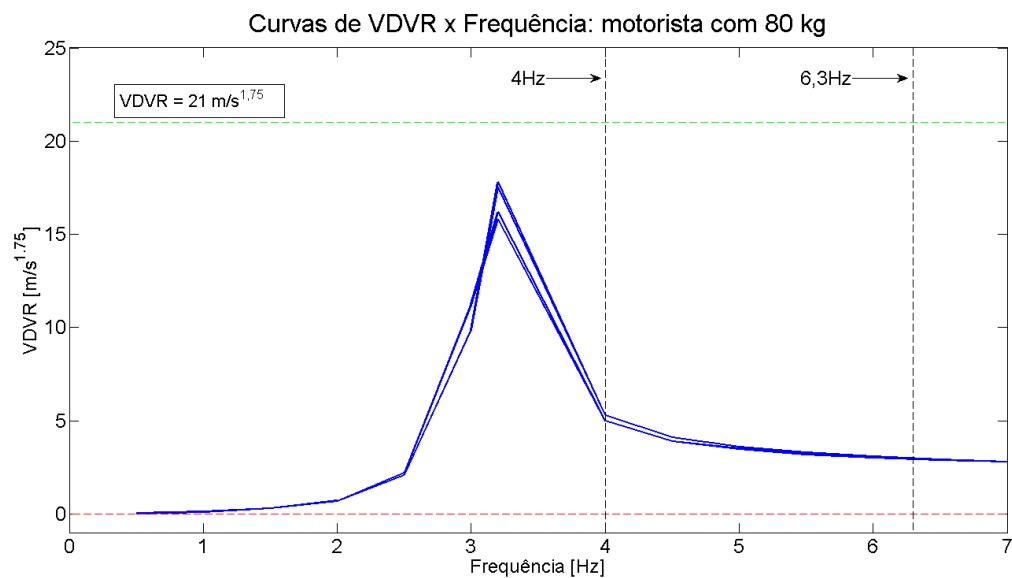


Figura 40 – Otimização: **VDVR** vs. Frequência – Motorista com 80 kg

E os resultados para uma pessoa com massa de 90 kg são apresentados nas Figuras 41 e 42.

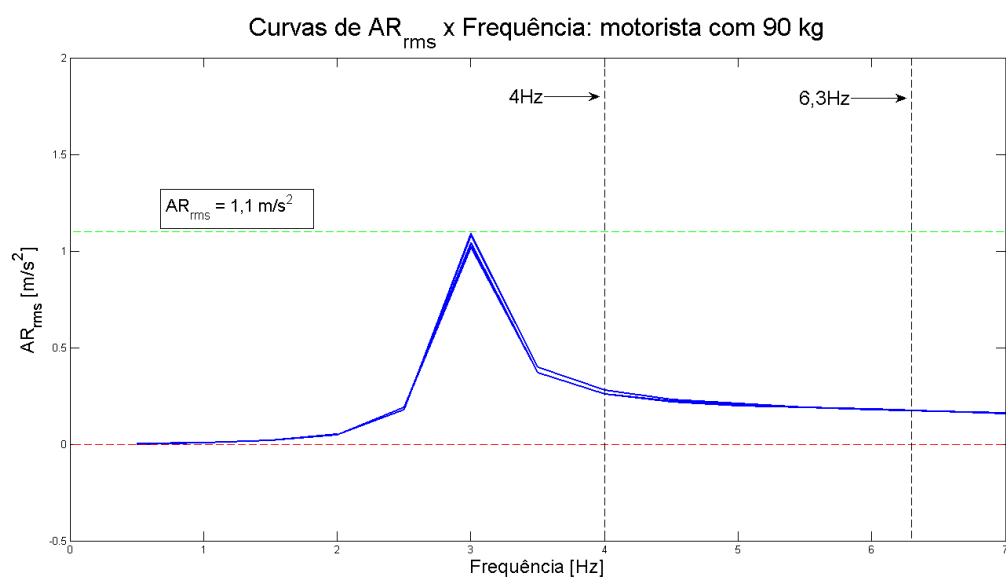


Figura 41 – Otimização: **ar_{rms}** vs. Frequência – Motorista com 90 kg

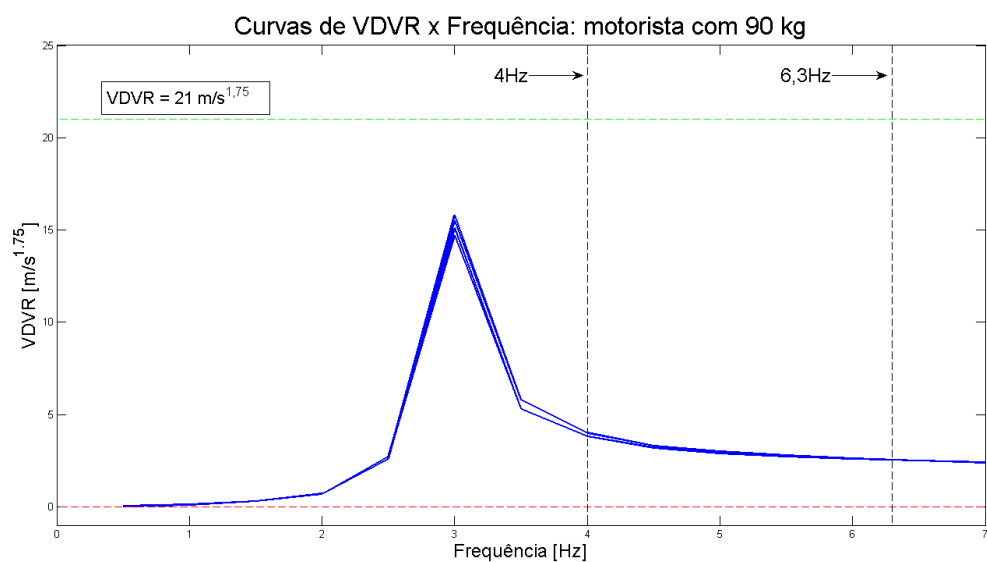


Figura 42 – Otimização: **VDVR** vs. Frequência – Motorista com 90 kg

7 CONCLUSÕES

Considerando os objetivos deste trabalho: elaborar um modelo computacional, fazer uma análise por meio de variáveis aleatórias (álgebra de intervalos) e verificar os riscos à saúde causados a motoristas de veículos pesados por assentos mal regulados, foi utilizada uma metodologia de pesquisa e revisão bibliográfica, que possibilitou analisar as condições de operação dos motoristas, com posterior modelagem numérica. Tal modelo foi verificado e usado para estudar a variação dos parâmetros físicos relacionados ao problema inicial.

A etapa inicial de estudos buscou gerar maior compreensão dos fenômenos físicos que regem a situação estudada. Também teve como foco obter normas e estudos que delimitassem melhor o escopo final e os valores numéricos usados neste projeto, como por exemplo, os valores dos parâmetros físicos que foram usados para modelar as simulações finais. Com isso, foi proposto e elaborado um modelo com dois graus de liberdade no software Matlab/Simulink para realizar os cálculos necessários e a geração de gráficos.

A verificação do modelo por meio de exercícios resolvidos da bibliografia gerou resultados satisfatórios e possibilitou estudar a física do problema proposto. A álgebra de intervalos foi amplamente usada, avaliando a influência da variabilidade dos parâmetros de rigidez e amortecimento do assento do motorista sobre as variáveis de medição da Vibração de Corpo Inteiro. Ao final, além dos objetivos propostos inicialmente, foi realizada uma otimização da condição de vibração alterando os valores das variáveis envolvidas, o que produziu bons resultados e maior compreensão da física envolvida.

A metodologia usada mostrou-se adequada aos objetivos propostos, uma vez que permitiu conduzir satisfatoriamente o projeto a resultados conclusivos. A modelagem numérica não mostrou-se muito fácil em um primeiro momento, mas o ganho de experiência com o software de modelagem possibilitou avançar. A verificação do modelo numérico foi fundamental para avaliar seu bom funcionamento e seus resultados. Seu teste, realizado sobre cada bloco individualmente e então sobre todo o conjunto, não apresentou muitas dificuldades e caminhou para um modelo numérico que pudesse ser efetivamente usado. O uso da álgebra de intervalos permitiu realizar uma análise rápida e abrangente das variações aleatórias estudadas.

Em relação aos resultados encontrados, além dos comentários feitos ao longo do Capítulo 6, é importante acrescentar algumas discussões importantes. As variações nos parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema de absorção de choques do assento do motorista não apresentaram efeito acentuado sobre as variações nos parâmetros de VCI. Além disso, há o fato de que a indústria utiliza tolerâncias de fabricação e montagem apertadas, o que limita as variações de rigidez e amortecimento desses dispositivos a valores pequenos, bem menores que os considerados neste projeto. O ponto mais

importante relacionado à insalubridade pela VCI é a frequência de ressonância do sistema assento-motorista. Conforme observado, esta se encontra em uma faixa severa ao corpo humano.

Outro aspecto a ser discutido foi que, para a otimização, propôs-se a redução da rigidez do sistema. Embora essa seja uma solução possível para controlar a intensidade e transmissibilidade das vibrações, na prática não é funcional. Um assento com suporte pouco rígido permite maior movimento entre o motorista e os controles do veículo que ele deve operar, causando desconforto e dificuldades.

Tal fato traz discussões interessantes a serem avaliadas em trabalhos futuros. Um ponto interessante a se estudar são as diferentes tecnologias de controle de vibração usadas na base do assento de motoristas, modelos diferenciados tais como uma pequena suspensão a ar ou modelo de suspensão ativa, em substituição ao modelo mola e amortecedor viscoso estudado neste projeto. Outro tema de projeto poderia ser a validação experimental dos dados numéricos gerados neste trabalho, por meio da montagem de uma bancada de vibração ou o uso de uma existente, e posterior aperfeiçoamento do modelo numérico.

Por fim, é deixado como recomendação, ao implementar modelos dinâmicos de integração contínua, no Simulink, que se elabore o modelo dando preferência ao uso de blocos de integral. Os blocos de derivadas inserem descontinuidades no sinal do sistema que podem gerar resultados não muito bons, o que não ocorre com os blocos de integral. Assim, deve-se atentar muito bem à forma de implementação numérica das equações usadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Lara-Molina, F. A.; Steffen Jr., V. *Problemas de incertezas em sistemas dinâmicos utilizando lógica Fuzzy*. In: CONEM - CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, VIII, 2014. Uberlândia - MG.
- Vaccaro, G. L. R. *Solução de Equações Intervalares*. Nov. 2001. Tese – UFRGS. Porto Alegre – RS, 2001.
- Moore, R. E.; Kearfott, R. B.; Cloud, M. J. *Introduction to Interval Analysis*. Filadelfia – EUA: SIAM, 2009.
- Pinto, I.; Stacchini, N. *Uncertainty in the evaluation of occupational exposure to whole-body vibration*. Journal of Sound and Vibration, 2006, 298, 556 – 562. Jun. 2006. <www.sciencedirect.com>
- Soeiro, N. S. *Vibrações e o corpo humano: uma avaliação ocupacional*. Belém: UFPA, 2011.
- Paschold, H. W.; Mayton, A. G. *Whole Body Vibration: Building Awareness in SH&E*. Professional Safety, 2011, 30 – 34. Abr. 2011. <www.asse.org>
- Paschold, H. W. *Whole Body Vibration: An Emerging Topic for SH&E Profession*. Professional Safety, 2008, 52 – 57. Jun. 2008. <www.asse.org>
- Smith, D. R.; Leggat, P. A. *Whole Body Vibration: Health Effects, Measurements and Minimization*. Professional Safety, 2005, 35 – 40. Jul. 2005. <www.asse.org>
- Fundacentro – Fundação Jorge Duprat Figueiredo de Segurança e Medicina do Trabalho. *Norma de higiene ocupacional NHO 09: avaliação da exposição ocupacional a vibrações de corpo inteiro : procedimento técnico*. São Paulo, 2012. 63 p.
- Fundacentro – Fundação Jorge Duprat Figueiredo de Segurança e Medicina do Trabalho. *Norma de higiene ocupacional NHO 10: avaliação da exposição ocupacional a vibrações em mãos e braços : procedimento técnico*. São Paulo, 2012. 53 p.
- ISO – International Organization for Standardization. *ISO 5349 – 1: Mechanical Vibration: Measurement and evaluation of human exposure to hand-transmitted vibration*. 2001. 24 p.

- ISO – International Organization for Standardization. *ISO 8041: Human Response to Vibration: Measuring Instrumentation*. 2005. 91 p.
- ISO – International Organization for Standardization. *ISO 2631-1: Mechanical Vibration and Shock: Evaluation of human exposure to Whole-Body Vibration – Part 1: General Requirements*. 1997. 31 p.
- Anflor, C. T. M. *Estudo da transmissibilidade da vibração no corpo humano na direção vertical e desenvolvimento de um modelo biodinâmico de quatro graus de liberdade*. Mar. 2003. 105 p. Dissertação – UFRGS. Porto Alegre – RS, 2003.
- Balbinot, A. *Caracterização dos níveis de vibração em motoristas de ônibus: um enfoque no conforto e na saúde*. Nov. 2001. 281 p. Tese – UFRGS. Porto Alegre, 2001.
- Seigler, T. M. *A comparative analysis o fair-inflated and Foam Seat Cushions for truck seats*. Mai. 2002. 115 p. Dissertação – Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia – EUA, 2002.
- Bovenzi, M. et al. *An epidemiological study of low back pain in professional drivers*. Journal of Sound and Vibration, 2006, 298, 514-539.
- Paddan, G. S.; Griffin, M. J. *Vibration exposure in vehicles*. Journal of Sound and Vibration, 2002, 253–1, 195–213.
- Moore, R. *Interval Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1966.
- Rao, S. *Vibrações mecânicas*. 4ª Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- Tewari, V. K.; Prasad, N. *Three-DOF modelling of tractor seat-operator system*. Journal of Terramechanics, 1999, 36, 207 – 219. Mar. 1999.
< <http://wenku.baidu.com/view/7f99942a0066f5335a812143>>
- Cho, Y.; Yoon, Y. *Biomechanical model of human on seat with backrest for evaluating ride quality*. International Journal of Industrial Ergonomics, 2001, 27, 331 – 345.

	Pág.
Anexo I	
Tabela de fatores de ponderação por faixa de frequência, ISO 8041:2005	62

ANEXO I: Tabela de fatores de ponderação por faixa de frequência, ISO 8041:2005

<i>n</i>	Frequency Hz		Band-limiting			Weighting, W_k			Tolerance		
	Nominal	True	Factor	dB	Phase degrees	Factor	dB	Phase degrees	%	dB	$\Delta\varphi_0$ degrees
-10	0,1	0,1	0,062 38	-24,10	159,3	0,031 21	-30,11	159,8	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
-9	0,125	0,125 9	0,098 57	-20,12	153,6	0,049 31	-26,14	154,3	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
-8	0,16	0,158 5	0,155 1	-16,19	146,3	0,077 56	-22,21	147,1	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
-7	0,2	0,199 5	0,241 5	-12,34	136,6	0,120 7	-18,37	137,7	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
-6	0,25	0,251 2	0,366 9	-8,71	124,1	0,183 2	-14,74	125,4	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
-5	0,315	0,316 2	0,53	-5,51	108,3	0,264 4	-11,55	109,9	+26/-21	+2/-2	+12/-12
-4	0,4	0,398 1	0,703 7	-3,05	90,06	0,350 4	-9,11	92,2	+26/-21	+2/-2	+12/-12
-3	0,5	0,501 2	0,843 4	-1,48	71,76	0,418 8	-7,56	74,54	+26/-21	+2/-2	+12/-12
-2	0,63	0,631	0,927 9	-0,65	55,78	0,458 8	-6,77	59,44	+12/-11	+1/-1	+6/-6
-1	0,8	0,794 3	0,969 3	-0,27	43,01	0,476 7	-6,44	47,96	+12/-11	+1/-1	+6/-6
0	1	1	0,987 4	-0,11	33,15	0,482 5	-6,33	40,06	+12/-11	+1/-1	+6/-6
1	1,25	1,259	0,994 9	-0,04	25,54	0,484 6	-6,29	35,55	+12/-11	+1/-1	+6/-6
2	1,6	1,585	0,998	-0,02	19,58	0,493 5	-6,13	34,48	+12/-11	+1/-1	+6/-6
3	2	1,995	0,999 2	-0,01	14,84	0,530 8	-5,50	36,45	+12/-11	+1/-1	+6/-6
4	2,5	2,512	0,999 7	0,00	10,97	0,633 5	-3,97	37,98	+12/-11	+1/-1	+6/-6
5	3,15	3,162	0,999 9	0,00	7,74	0,807 1	-1,86	32,73	+12/-11	+1/-1	+6/-6
6	4	3,981	0,999 9	0,00	4,941	0,964 8	-0,31	20,35	+12/-11	+1/-1	+6/-6
7	5	5,012	1	0,00	2,416	1,039	0,33	6,309	+12/-11	+1/-1	+6/-6
8	6,3	6,31	1	0,00	0,0244	1,054	0,46	-6,841	+12/-11	+1/-1	+6/-6
9	8	7,943	1	0,00	-2,366	1,037	0,32	-19,73	+12/-11	+1/-1	+6/-6
10	10	10	0,999 9	0,00	-4,887	0,988 4	-0,10	-33,3	+12/-11	+1/-1	+6/-6
11	12,5	12,59	0,999 9	0,00	-7,679	0,898 9	-0,93	-47,62	+12/-11	+1/-1	+6/-6
12	16	15,85	0,999 7	0,00	-10,9	0,774 3	-2,22	-61,84	+12/-11	+1/-1	+6/-6
13	20	19,95	0,999 2	-0,01	-14,75	0,637 3	-3,91	-75,03	+12/-11	+1/-1	+6/-6
14	25	25,12	0,998	-0,02	-19,47	0,510 3	-5,84	-87,02	+12/-11	+1/-1	+6/-6
15	31,5	31,62	0,995	-0,04	-25,4	0,403 1	-7,89	-98,35	+12/-11	+1/-1	+6/-6
16	40	39,81	0,987 7	-0,11	-32,97	0,316	-10,01	-109,9	+12/-11	+1/-1	+6/-6
17	50	50,12	0,969 9	-0,27	-42,78	0,245 1	-12,21	-122,7	+12/-11	+1/-1	+6/-6
18	63	63,1	0,929 1	-0,64	-55,49	0,185 7	-14,62	-137,6	+12/-11	+1/-1	+6/-6
19	80	79,43	0,845 7	-1,46	-71,41	0,133 9	-17,47	-155,2	+26/-21	+2/-2	+12/-12
20	100	100	0,707 1	-3,01	-89,68	0,088 73	-21,04	-174,8	+26/-21	+2/-2	+12/-12
21	125	125,9	0,533 6	-5,46	-107,9	0,053 11	-25,50	-194,1	+26/-21	+2/-2	+12/-12
22	160	158,5	0,369 9	-8,64	-123,8	0,029 22	-30,69	-210,7	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
23	200	199,5	0,243 6	-12,27	-136,4	0,015 28	-36,32	-224	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
24	250	251,2	0,156 5	-16,11	-146,1	0,007 795	-42,16	-234,2	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
25	315	316,2	0,099 5	-20,04	-153,5	0,003 935	-48,10	-241,9	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞
26	400	398,1	0,062 97	-24,02	-159,2	0,001 978	-54,08	-247,9	+26/-100	+2/-∞	+∞/-∞